

PROGRAMMA SVOLTO 1CSA

NUMERI E IL LINGUAGGIO MATEMATICO: Numeri naturali e numeri interi: operazioni, proprietà, valore assoluto, espressioni. Numeri razionali e introduzione ai numeri reali: operazioni, proprietà, espressioni, numeri decimali e frazioni generatrici, proporzioni e percentuali. **IL CALCOLO LETTERALE:** Monomi: definizione ed operazioni. Polinomi: definizione, classificazioni, operazioni, prodotti notevoli, divisione e scomposizioni, m.c.m., M.C.D. Frazioni algebriche: campo di esistenza, operazioni. **EQUAZIONI E DISEQUAZIONI.** Equazioni: classificazione e principi di equivalenza. Equazioni di 1° grado intere, fratte, di grado superiore al primo (legge dell'annullamento del prodotto), letterali. Problemi di 1° grado. Disequazioni: classificazione e principi di equivalenza. Disequazioni di 1° grado, fratte, di grado superiore al primo (studio del segno), letterali. **IL PIANO EUCLIDEO.** I concetti primitivi, gli assiomi, le definizioni. Congruenza tra triangoli: i criteri di congruenza, teoremi sui triangoli isosceli. Disuguaglianze nei triangoli. Rette perpendicolari e parallele, criteri di parallelismo. I quadrilateri: classificazione, proprietà e teoremi. Piccolo teorema di Talete.

COMPITI ESTIVI ASSEGNATI

Svolgere tutti gli esercizi delle fotocopie seguenti.

CAPITOLO 11 • LE DISEQUAZIONI LINEARI

La disequazione richiede che la frazione sia negativa o nulla, quindi scegliamo le zone evidenziate in giallo. Le soluzioni si ottengono dall'unione di due intervalli:

$$x < -1 \vee x \geq \frac{1}{2}$$

-1 è escluso perché annulla il denominatore

PROVA TU. Svolgi un esercizio simile interattivo per vedere se hai capito.

Risolvi le seguenti disequazioni numeriche fratte.

- | | | | | | |
|-------------------|-------------------------------------|--|-------------------|--|--------------------------------------|
| 355
••• | $\frac{1}{x} < 0$ | $[x < 0]$ | 372
••• | $\frac{1}{5}x - \frac{1}{x-5} > \frac{x+1}{5} - \frac{x-1}{x-5}$ | $[x < \frac{5}{4} \vee x > 5]$ |
| 356
••• | $\frac{1}{x-1} > 0$ | $[x > 1]$ | 373
••• | $\frac{4}{x} < \frac{1}{2}$ | $[x < 0 \vee x > 8]$ |
| 357
••• | $\frac{x+1}{x} > 0$ | $[x < -1 \vee x > 0]$ | 374
••• | $\frac{10}{7x} > \frac{5}{14}$ | $[0 < x < 4]$ |
| 358
••• | $\frac{1-x}{2x} \geq 0$ | $[0 < x \leq 1]$ | 375
••• | $\frac{6x}{x-1} < 1$ | $[-\frac{1}{5} < x < 1]$ |
| 359
••• | $\frac{x+3}{1-2x} \leq 0$ | $[x \leq -3 \vee x > \frac{1}{2}]$ | 376
••• | $\frac{x+1}{x-1} > \frac{3}{4}$ | $[x < -7 \vee x > 1]$ |
| 360
••• | $\frac{3x-6}{2x+1} \geq 0$ | $[x < -\frac{1}{2} \vee x \geq 2]$ | 377
••• | $\frac{2}{x+4} \leq \frac{3}{2x+8} + \frac{1}{2}$ | $[x < -4 \vee x \geq -3]$ |
| 361
••• | $\frac{2x-1}{2x+1} \leq 0$ | $[-\frac{1}{2} < x \leq \frac{1}{2}]$ | 378
••• | $\frac{3x+2}{3} < \frac{2x^2-6}{2x+1}$ | $[-\frac{20}{7} < x < -\frac{1}{2}]$ |
| 362
••• | $\frac{x-3}{x} > 0$ | $[x < 0 \vee x > 3]$ | 379
••• | $1 - \frac{3}{x+2} < \frac{3x}{6+3x}$ | $[x > -2]$ |
| 363
••• | $\frac{x}{x+1} \geq 0$ | $[x < -1 \vee x \geq 0]$ | 380
••• | $\frac{x-3}{2x-1} + 1 \leq \frac{3}{2}$ | $[x > \frac{1}{2}]$ |
| 364
••• | $\frac{1-x}{1+x} \leq 0$ | $[x < -1 \vee x \geq 1]$ | 381
••• | $\frac{2}{3x} > \frac{4}{9}$ | $[0 < x < \frac{3}{2}]$ |
| 365
••• | $\frac{5-2x}{2+x} < 0$ | $[x < -2 \vee x > \frac{5}{2}]$ | 382
••• | $\frac{x-1}{x-2} \geq \frac{3}{4-2x}$ | $[x \leq -\frac{1}{2} \vee x > 2]$ |
| 366
••• | $\frac{3x-1}{2-5x} < 0$ | $[x < \frac{1}{3} \vee x > \frac{2}{5}]$ | 383
••• | $\frac{3}{2} \cdot \frac{2x-1}{6-x} \geq \frac{3}{2(x-6)}$ | $[0 \leq x < 6]$ |
| 367
••• | $\frac{6x}{1-\frac{1}{3}x} > 0$ | $[0 < x < 3]$ | 384
••• | $\frac{5x-1}{2x-4} - \frac{x-1}{3x-6} > 2 + \frac{1}{2-x}$ | $[x < -29 \vee x > 2]$ |
| 368
••• | $\frac{1}{x} \leq 1$ | $[x < 0 \vee x \geq 1]$ | 385
••• | $\frac{6+(3-x)^2}{x+2} - 1 \geq \frac{2-x^2}{-x-2}$ | $[-2 < x \leq \frac{15}{7}]$ |
| 369
••• | $\frac{8}{3x} \leq -16$ | $[-\frac{1}{6} \leq x < 0]$ | 386
••• | $x - \frac{1}{2-3x} > \frac{2x-1}{2} + \frac{6x+1}{3x-2}$ | $[-\frac{2}{9} < x < \frac{2}{3}]$ |
| 370
••• | $\frac{3}{2x} \leq \frac{1-2x}{6x}$ | $[-4 \leq x < 0]$ | | | |
| 371
••• | $\frac{7}{6} > \frac{4x+2}{x-7}$ | $[-\frac{61}{17} < x < 7]$ | | | |

387 ASSOCIA ogni disequazione sopra con l'insieme delle sue soluzioni sotto.

- | | | | | |
|---------------------------|------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| 1. $\frac{1}{x} \geq 0$ c | 2. $\frac{1}{x} < 0$ b | 3. $\frac{x}{x-1} \geq 0$ e | 4. $\frac{x-1}{x} \geq 0$ a | 5. $\frac{x}{x^2+1} \geq 0$ d |
| a. $x < 0 \vee x \geq 1$ | b. $x < 0$ | c. $x > 0$ | d. $x \geq 0$ | e. $x \leq 0 \vee x > 1$ |

CAPITOLO 10 • LE EQUAZIONI LINEARI

Risolvi le seguenti equazioni numeriche fratte (nelle soluzioni sono omesse le condizioni di esistenza).

ESERCIZI

- | | | | | | |
|------------|--|-------------------|------------|---|-------------------|
| 384 | $2 + \frac{3}{x} = 0$ | $[-\frac{3}{2}]$ | 408 | $\frac{3}{x} + \frac{1}{2} = \frac{2x-1}{x}$ | $[\frac{8}{3}]$ |
| 385 | $\frac{9}{x-2} = 3$ | [5] | 409 | $\frac{-1}{x-3} = \frac{2}{x+1}$ | $[\frac{5}{3}]$ |
| 386 | $\frac{x-1}{x+5} - 4 = 0$ | [-7] | 410 | $\frac{x+1}{3x} = \frac{x}{3x+1}$ | $[-\frac{1}{4}]$ |
| 387 | $\frac{2x-8}{3x^2} = 0$ | [4] | 411 | $\frac{1+3x}{4x+4} - \frac{5-x}{x+1} = 2$ | [-27] |
| 388 | $\frac{3x-9}{2x-6} = 0$ | [impossibile] | 412 | $\frac{5}{2-2x} - \frac{x}{x^2-2x+1} = 0$ | $[\frac{5}{7}]$ |
| 389 | $\frac{3(x-1)}{2x-2} = 1$ | [impossibile] | 413 | $\frac{x+2}{2x} - \frac{4-x}{2x-x^2} = \frac{3x}{6x-12}$ | [impossibile] |
| 390 | $\frac{1}{x} + \frac{1}{2} = 2$ | $[\frac{2}{3}]$ | 414 | $\frac{x-1}{x^2+3x} + \frac{2}{x} + \frac{9}{2x+6} = 0$ | $[-\frac{2}{3}]$ |
| 391 | $\frac{1}{4x} + 1 - \frac{1}{6x} = 0$ | $[-\frac{1}{12}]$ | 415 | $\frac{2x}{x-3} - \frac{5}{x} = \frac{6x}{3x-9} + \frac{2}{3x}$ | [impossibile] |
| 392 | $\frac{2(x-1)}{x+2} = 1$ | [4] | 416 | $\frac{3x}{x+2} + \frac{2x}{x-7} = \frac{5x+6}{x+2}$ | $[-\frac{7}{2}]$ |
| 393 | $\frac{2(x-4)}{x} = 0$ | [4] | 417 | $\frac{2}{1-x} = \frac{1}{x-x^2} + \frac{1}{x}$ | $[\frac{2}{3}]$ |
| 394 | $\frac{3x-1}{3x} - \frac{x+2}{4x} = 0$ | $[\frac{10}{9}]$ | 418 | $\frac{4}{x^2-4} + \frac{1}{x^2-2x} = \frac{3}{x^2+2x}$ | [-4] |
| 395 | $\frac{6}{x-5} + \frac{x}{5-x} = 1$ | $[\frac{11}{2}]$ | 419 | $\frac{x-1}{2x-6} + \frac{6}{x^2-9} - \frac{x}{2x+6} = 0$ | $[-\frac{9}{5}]$ |
| 396 | $\frac{1}{4-x} - \frac{2x}{x-4} = 0$ | $[-\frac{1}{2}]$ | 420 | $\frac{1}{2x-4} - \frac{2}{x+2} = \frac{x+5}{3x^2-12}$ | $[\frac{20}{11}]$ |
| 397 | $\frac{1}{2}(4 - \frac{1}{x}) - 6 = \frac{3}{x}$ | $[-\frac{7}{8}]$ | 421 | $\frac{2}{x^2-1} + \frac{7}{x-1} = \frac{1}{x+1}$ | $[-\frac{5}{3}]$ |
| 398 | $2[\frac{1}{3}(x-2) + \frac{5}{x}] = \frac{1+2x}{3}$ | [6] | 422 | $\frac{6x+1}{x^2-4} - \frac{6}{x} = \frac{3}{x^3-4x}$ | [-21] |
| 399 | $\frac{x^2}{x+4} - 2 = x$ | $[-\frac{4}{3}]$ | 423 | $\frac{4}{3x} + \frac{1}{3x+12} - \frac{x-1}{2x^2+8x} = 0$ | [-5] |
| 400 | $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x-2}$ | [0] | 424 | $\frac{x-1}{x^2+4x+4} + \frac{1}{2+x} = \frac{5}{4x+8}$ | (R) [2] |
| 401 | $\frac{3}{x+3} - \frac{2}{4-x} = 0$ | $[\frac{6}{5}]$ | 425 | $\frac{7x-10}{x^2+x-6} + \frac{6}{x-2} = \frac{5}{x+3}$ | $[-\frac{9}{4}]$ |
| 402 | $\frac{x^2}{x-3} - x - 1 = \frac{1}{2}$ | [-3] | 426 | $\frac{2}{x^2-x} - \frac{4}{x^2-1} = \frac{1}{x^2+x}$ | [impossibile] |
| 403 | $\frac{x}{2x+2} + x + 1 = \frac{x^2}{x+1}$ | $[-\frac{2}{5}]$ | 427 | $\frac{x+5}{2x-8} + \frac{x-2}{x} = \frac{3x+1}{2x} + \frac{x+1}{x(x-4)}$ | [-9] |
| 404 | $x + \frac{4}{4-x} = \frac{x}{4-x} + x + 4$ | [impossibile] | 428 | $\frac{x}{x+4} - \frac{3x+4}{2(x-3)} = -\frac{7+4x}{8+2x} + \frac{3}{2}$ | $[-\frac{1}{30}]$ |
| 405 | $\frac{x+1}{x-1} - 2 = \frac{2x}{x-1}$ | [impossibile] | 429 | $\frac{x-1}{x+3} - \frac{2}{x^2+4x+3} = \frac{x+3}{x+1}$ | [-2] |
| 406 | $\frac{2x-3}{2x+4} = \frac{x}{x+2} - \frac{1}{x}$ | [4] | 430 | $\frac{2+2x^2}{x^3+1} + \frac{1-x^2}{x^2-x+1} + \frac{x}{x+1} = 0$ | $[-\frac{3}{2}]$ |
| 407 | $3 - \frac{1}{2x} = \frac{6+10x}{2x+4} - 2$ | $[\frac{2}{13}]$ | 431 | $(\frac{1}{3}x+1):(x+1) = \frac{2}{3} + \frac{1}{x}:(1+\frac{1}{x})$ | [-2] |

3 • Le operazioni con le frazioni algebriche

154 $(-x^{2n}) \cdot \frac{y}{x^n} \cdot \frac{x^{2n+1}}{y^{2n+1}}$

$7x^n y^{n+2} \cdot \frac{3}{14x^{n-1}y^2} \left(-\frac{6y^n}{x}\right)$ $\left[\frac{x^{3n+1}}{y^{2n}}; -9y^{2n}\right]$

Semplifica le seguenti espressioni con addizioni, sottrazioni e moltiplicazioni.

155 $\left(\frac{x+2a}{a} + \frac{4a}{x-2a}\right) \cdot \frac{ax-3a^2}{x^3}$

$\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 - \frac{1}{1-x^2}\right)$

$\left[\frac{x-3a}{x(x-2a)}; \frac{x}{x-1}\right]$

156 $\left(3a + \frac{3a-1}{2}\right) \cdot \left(3a - \frac{3a}{1-3a}\right) \cdot \frac{6a-2}{9a-1}$

$\left(\frac{1}{3}a - 2b + \frac{3b^2}{a}\right) \cdot \frac{12ab}{a-3b}$

$[9a^2; 4b(a-3b)]$

157 $\frac{2a^3}{a+b} \cdot \frac{a^2+2ab+b^2}{4ab} \cdot \left(-\frac{2b}{b^2-a^2}\right)$

$\left(a - \frac{a-1}{a+3}\right) \cdot \frac{a^2-9}{a+1}$

$\left[\frac{a^2}{a-b}; (a+1)(a-3)\right]$

158 $\left(b - \frac{1}{b}\right)\left(1 + \frac{2}{b}\right) \cdot \frac{b^2}{b^2+2+3b}$

$\frac{x^2-4y^2}{x} \cdot \left(\frac{1}{x-2y} + \frac{1}{2y+x}\right)$

$[b-1; 2]$

159 $\left(x - \frac{1}{y}\right)\left(x + \frac{1}{y}\right) \cdot \frac{y^2}{x^2y^2+2xy+1}$

$\left(x-2 + \frac{6}{x+3}\right) \cdot \frac{x^2+6x+9}{2x+6} \cdot \frac{1}{x+x^2}$

$\left[\frac{xy-1}{xy+1}; \frac{1}{2}\right]$

160 $\left(\frac{2a}{a-3} - \frac{12}{a^2-8a+15}\right) \cdot \frac{a-5}{a-6}$

$\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} - \frac{1}{ab}\right) \cdot \frac{a^3b^2}{a^3+b^3}$

$\left[\frac{2(a+1)}{a-3}; \frac{a}{a+b}\right]$

161 $\left(1 + \frac{2x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right) \cdot \frac{y^3}{x^3+3x^2y+3xy^2+y^3}$

$\left(\frac{x}{x^2-1} - \frac{x}{1+x^2}\right) \cdot \frac{x^3-x^2+x-1}{3x+1} \cdot \left[\frac{y}{x+y}; \frac{2x}{(x+1)(3x+1)}\right]$

162 $\left(\frac{4}{x^3-3x^2} + \frac{1}{x^3+3x^2}\right) \cdot \frac{x^4-9x^2}{25x^2-81}$

$\left(\frac{xy}{x+y} - x\right)\left(\frac{xy}{x+y} - y\right)\left(\frac{x^2+2xy+y^2}{xy}\right)$

$\left[\frac{1}{5x-9}; xy\right]$

163 $(x^4-2x^3)\left(1 + \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}\right) \cdot \frac{1}{x}$

$\left(x + \frac{4}{x} + 4\right)\left(2x - \frac{x^2+x}{x+2}\right) \cdot \frac{1}{x+3}$

$[x^3-8; (x+2)]$

164 $\left(\frac{4}{b-3} - \frac{3b-5}{b^2-4b+3}\right) \cdot \frac{b^3+3b-4b^2}{b^2+3b}$

$4z^2y\left(1 - \frac{z-y}{2z} - \frac{2y}{z+y}\right) \cdot \left(\frac{z^2+3zy}{zy-y^2} - 1\right)$

$\left[\frac{b+1}{b+3}; 2z(z^2-y^2)\right]$

165 $\left(\frac{a+2}{a^2+a} - \frac{1}{a} - \frac{a+1}{a^2+2a+1}\right)(1+a)$

$\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)\left(\frac{1}{x} - x\right)\left(1 - \frac{x^2+3x+1}{x^2+1}\right)$

$\left[\frac{1-a}{a}; \frac{3(x^2-1)^2}{x^2}\right]$

166 $\left(\frac{1}{x-x^2} + \frac{2x}{1-x^2} - \frac{1}{1-x}\right) \cdot \frac{x^2+1+2x}{x^2+1} \cdot \frac{x}{x+1}$

$1 + \frac{2ab}{a^2-ab+b^2} \cdot \frac{a^3+b^3}{a^2+ab}$

$\left[\frac{1}{1-x}; 1+2b\right]$

167 $\left(x+y - \frac{x^2+y^2}{x+y}\right)\left(\frac{1}{2y^2} - \frac{1}{2x^2}\right)$

$\frac{a^4-b^4}{a^3+a^2} \cdot \frac{a}{a^3+ab^2-b^2-a^2} \cdot \frac{1-a^2}{b-a}$

$\left[\frac{x-y}{xy}; \frac{a+b}{a}\right]$

168 $\left(\frac{1}{3a^n} + 3a^n\right) \cdot \frac{6a^n}{9a^{2n}+1}$

$\left(\frac{2}{x^n-3} - \frac{2}{3-x^n}\right)\left(\frac{x^{2n}+9-6x^n}{8}\right) \quad (n \in \mathbb{N})$

$\left[2; \frac{x^n-3}{2}\right]$

Problemi

169 Sono date le due frazioni algebriche:

$\frac{a^3-8}{a^2+2a+4}$ e $\frac{a^2+4}{a+2}$

- Per quale valore di $a \in \mathbb{R}$ la prima frazione è uguale a zero?
- Esiste un valore di a per cui la seconda frazione è nulla?
- Quale valore assume la loro somma per $a = 2$?
- E il loro prodotto per $a = -1$?

[a] $a = 2$; b) no; c) 2; d) -15

170 Considera le due frazioni algebriche:

$\frac{b+1}{b+2}$ e $\frac{2b}{b+2}$

- Per quale valore di $b \in \mathbb{R}$ la loro somma e la loro differenza assumono lo stesso valore?
- Quali sono i valori di b che rendono nullo il prodotto delle due frazioni?
- Quale valore assume il prodotto per $b = 1$?

E per $b = -3$?

[a] $b = 0$; b) $b = 0, b = -1$; c) $\frac{4}{9}, 12$