Lavoro estivo di consolidamento degli argomenti del trimestre

MATEMATICA

Di seguito trovate gli esercizi che costituiscono il lavoro di consolidamento degli argomenti del trimestre. Non li svolgerete su un quaderno, ma su fogli che consegnerete in una busta di plastica al rientro a scuola, quando sarà.

Al rientro, dopo un tempo concordato, si svolgerà eventualmente una verifica.

I compiti comprendono esercizi, in alcuni casi preceduti da esercizi svolti di esempio.

Per il resto vi auguro buone vacanze, divertitevi davvero

CS

PS
Non sono previsti compiti obbligatori per gli studenti che non abbiano da recuperare il trimestre, ma,nonostante tutto, il lavoro di ripasso è utile, e lo svolgimento di almeno un 40 per cento (due esercizi ogni cinque) di quanto qui proposto anche.

RECUPERO
ABBASSARE DI GRADO UN'EQUAZIONE

1 **COMPLETA**

Risolvi l'equazione $2x^3 - 7x^2 + 2x + 3 = 0$.

$P(x) = 2x^3 - 7x^2 + \dots + \dots$ — Scrivi il polinomio $P(x)$ associato.

$S = \left\{\pm 1; \pm \frac{1}{2}; \pm \dots; \pm \frac{3}{2}\right\}$ — Scrivi l'insieme S delle possibili radici di $P(x)$; le frazioni $\frac{N}{D}$ in cui N è un divisore del termine noto 3 e D è un divisore del coefficiente di x^3.

$x = -1$: $P(-1) = -2 - 7 - \dots + 3 = \dots$ No
$x = +1$: $P(1) = 2 - 7 + \dots + 3 = 0$ …
— Prova a sostituire a x i valori di S per trovare una soluzione.

$P(x) = 2x^3 - 7x^2 + \dots + \dots = (x - 1)\,Q(x)$ — Puoi abbassare di grado $P(x)$ e scrivere $P(x) = (x - 1)\,Q(x)$.

Determina $Q(x)$ applicando la regola di Ruffini.

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 2 & -7 & +\dots & \dots \\ 1 & & 2 & \dots & \dots \\ \hline & 2 & -5 & \dots & // \end{array}$$

$P(x) = (x - 1)(2x^2 - 5x - \dots)$ — Trova le soluzioni delle due equazioni $x - 1 = 0$; $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

$x - 1 = 0 \rightarrow x = \dots$

$2x^2 - 5x - \dots = 0$

$\Delta = 25 + \dots = \dots$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{\dots}}{4} = \frac{5 \pm \dots}{4} = \begin{cases} -\frac{\dots}{4} = \dots \\ \frac{\dots}{4} = 3 \end{cases}$$

$x_1 = \dots,\ x_2 = \dots,\ x_3 = \dots$ — Scrivi le soluzioni dell'equazione di terzo grado.

2 **PROVA TU**

Risolvi l'equazione $2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 = 0$.

$P(x) = 2x^3 - 5x^2 - \dots + 3$

$S = \left\{\pm 1; \pm \dots; \pm 3; \pm \frac{3}{2}\right\}$

$x = +1$: $P(1) = 2 - 5 \dots + 3 = \dots$ No
$x = -1$: $P(-1) = -2 - 5 + \dots + 3 = 0$ Sì

$P(x) = 2x^3 - 5x^2 - \dots + \dots = (x + 1) \cdot Q(x)$

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 2 & -5 & \dots & \dots \\ -1 & & -2 & +7 & \dots \\ \hline & 2 & -7 & \dots & // \end{array}$$

$P(x) = (x + 1)(2x^2 - 7x + \dots)$

$x + 1 = 0 \rightarrow x = \dots$

$2x^2 - 7x + \dots = 0$

$\Delta = 49 - 8(\dots) = \dots$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - \dots}}{4} = \frac{7 \pm \dots}{4} = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ \dots \end{cases}$$

Le soluzioni dell'equazione sono:

$x_1 = \dots,\ x_2 = \frac{1}{2},\ x_3 = \dots.$

Risolvi le seguenti equazioni.

3 $12x^3 + 4x^2 - 7x + 1 = 0$ $\left[-1; \frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right]$

4 $2x^3 - 3x^2 - 8x - 3 = 0$ $\left[-1; -\frac{1}{2}; 3\right]$

5 $x^3 - x = 0$ $[-1; 0; 1]$

6 $x^3 + x^2 - 6x = 0$ $[-3; 0; 2]$

7 $x^3 + 4x^2 - x - 4 = 0$ $[-4; -1; 1]$

8 $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$ $[-1; 2; 3]$

9 $x^3 - 6x^2 - 9x + 14 = 0$ $[-2; 1; 7]$

10 $2x^3 - 3x^2 - 8x - 3 = 0$ $\left[-1; -\frac{1}{2}; 3\right]$

RECUPERO

LE DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO INTERE

1 **COMPLETA**

Risolvi la seguente disequazione:

$4x^2 - 12x - 7 > 0.$

$4x^2 - 12x - 7 > 0.$

$4x^2 - 12x - \ldots = \ldots$ — Scrivi l'equazione associata.

$\dfrac{\Delta}{4} = (6)^2 - 4(\ldots) = 36 + \ldots = \ldots$ — Risolvi l'equazione associata.

$x = \dfrac{6 \pm \sqrt{\ldots}}{4} = \dfrac{6 \pm \ldots}{4} = \begin{cases} \dfrac{7}{2} \\ \ldots \end{cases}$

$x < \ldots \ \vee \ x > \dfrac{7}{2}$

ossia

$\left]-\infty; \ldots\right[\cup \left]\dfrac{7}{2}; \ldots\right[$

Applica la regola: se l'equazione $ax^2 + bx + c = 0$ (con $a > 0$) ha $\Delta > 0$, la disequazione $ax^2 + bx + c > 0$ è verificata per valori esterni all'intervallo delle radici dell'equazione. Determina l'intervallo delle soluzioni.

2 **PROVA TU**

Risolvi la seguente disequazione:

$3x^2 - 5x - 2 \geq 0.$

$3x^2 - 5x - 2 \geq 0.$

$3x^2 - \ldots - 2 = \ldots$

$\Delta = (\ldots)^2 - 4(3)(-2) = \ldots + 24 = \ldots$

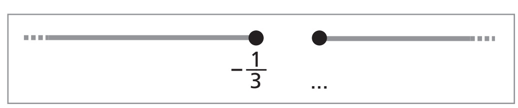
$x = \dfrac{\ldots \pm \sqrt{49}}{6} = \dfrac{\ldots \pm 7}{6} = \begin{cases} \ldots \\ -\dfrac{1}{3} \end{cases}$

La disequazione è verificata per:

$x \leq -\dfrac{1}{3} \ \vee \ x \geq \ldots$

ossia

$\left]\ldots; \dfrac{1}{3}\right] \cup \left[\ldots; +\infty\right[.$



Risolvi le seguenti disequazioni.

3 $3x^2 - 8x + 7 < 0$ $[\nexists x \in \mathbb{R}]$

4 $x^2 - 2x - 8 > 0$ $[x < -2 \vee x > 4]$

5 $x^2 + 4x + 3 < 0$ $[-3 < x < -1]$

6 $x^2 + 5x + 7 > 0$ $[\forall x \in \mathbb{R}]$

7 $-x^2 + 25 \geq 0$ $[-5 \leq x \leq 5]$

8 $x(x-3) + 5 < \frac{3}{4}x$ $[\nexists x \in \mathbb{R}]$

9 $x^2 + \frac{x(x-2)}{4} \geq \frac{3}{4}$ $\left[x \leq -\frac{3}{5} \vee x \geq 1\right]$

10 $\frac{13}{9}x^2 + 1 \leq x^2 + \frac{4}{3}x$ $\left[x = \frac{2}{3}\right]$

11 $x(x+1) + \frac{1}{6} > 2\left(x + \frac{11}{24}\right)$ $\left[x < -\frac{1}{2} \vee x > \frac{3}{2}\right]$

12 $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 \leq \frac{4}{3}\left(x - \frac{1}{4}\right)$ $\left[\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{7}{3}\right]$

RECUPERO

LE DISEQUAZIONI DI GRADO SUPERIORE AL SECONDO

1 **COMPLETA**

Risolvi la seguente disequazione:

$x^3 - 9x - 2x^2 + 18 > 0.$

$x^3 - 9x - 2x^2 + 18 > 0$

$P(x) = x^3 - \ldots - 2x^2 + \ldots$ — Scrivi il polinomio associato $P(x)$.

$$\begin{aligned} P(x) &= x(x^2 - \ldots) - 2(x^2 - \ldots) = \\ &= (x^2 - \ldots)(x - 2) = \\ &= (x - \ldots)(x + \ldots)(x - 2) \end{aligned}$$

Scomponi il polinomio mediante il raccoglimento a fattore parziale.

Studia il segno dei fattori.

primo fattore $x - \ldots > 0 \;\rightarrow\; x > \ldots$

secondo fattore $x + \ldots > 0 \;\rightarrow\; x > - \ldots$

terzo fattore $x - 2 > 0 \;\rightarrow\; x > 2$

	...	...		2		...	
x−...	...		...		...	0	+
x+...	...	0	+		+		+
x−...	−		−	0	...		...
P(x)	−	0	+	0	...	0	+

Compila il grafico e determina il segno di $x^3 - 9x - 2x^2 + 18 > 0$ con la regola dei segni.

$\ldots < x < 2 \;\vee\; x > \ldots$

Scrivi l'intervallo in cui è verificata la disequazione.

2 **PROVA TU**

Risolvi la seguente disequazione:

$5x^3 - 2x^2 - 5x + 2 > 0.$

$5x^3 - 2x^2 - 5x + 2 > 0$

$P(x) = 5x^3 - \ldots - 5x + 2$

$$P(x) = x^2(5x - \dots) - (5x - \dots) =$$
$$= (5x - \dots)(x^2 - 1) =$$
$$= (5x - \dots)(x - 1)(x + \dots)$$

primo fattore $\quad 5x - \dots > 0 \;\rightarrow\; x > \dfrac{\dots}{5}$

secondo fattore $\quad x - 1 > 0 \;\rightarrow\; x > 1$

terzo fattore $\quad x + \dots > 0 \;\rightarrow\; x > \dots$

La disequazione è verificata per:

$$\dots < x < \frac{\dots}{5} \;\vee\; x > 1.$$

ossia

$$\left]-1; \frac{2}{5}\right[\cup\,]1; +\infty[$$

		-1		$\dots$		1	
$5x - \dots$	$\dots$		$\dots$	0	$+$		$+$
$x - 1$	$-$		$-$		$-$	0	$\dots$
$x + \dots$	$\dots$	0	$+$		$+$		$+$
$P(x)$	$-$	0	$\dots$	0	$\dots$	0	$+$

Risolvi le seguenti disequazioni.

3 $x^3 - 5x^2 + 6x < 0$ $\quad [x < 0 \;\vee\; 2 < x < 3]$

4 $2x^3 - x^2 - 8x + 4 < 0$ $\quad \left[x < -2 \;\vee\; \dfrac{1}{2} < x < 2\right]$

5 $5x^3 - 6x^2 + x > 0$ $\quad \left[0 < x < \dfrac{1}{5} \vee x > 1\right]$

6 $x^3 - 3x^2 + 2x < 0$ $\quad [x < 0 \vee 1 < x < 2]$

7 $x^3 - x^2 - x + 1 \geq 0$ $\quad [x \geq -1]$

8 $x^3 - 2x^2 + x - 2 \leq 0$ $\quad [x \leq 2]$

9 $x^4 - x^2 > 0$ $\quad [x < -1 \vee x > 1]$

10 $x^4 - x^2 - 12 \leq 0$ $\quad [-2 \leq x \leq 2]$

11 $x^4 - 5x^2 + 4 > 0$ $\quad [x < -2 \vee -1 < x < 1 \vee x > 2]$

12 $x^4 + 4x^2 > 0$ $\quad [\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0]$

RECUPERO
LE DISEQUAZIONI FRATTE

1 **COMPLETA**

Risolvi la seguente disequazione:

$$\frac{x^2+3x+2}{x^2+4}<0.$$

$N: x^2 + 3x + \ldots > \ldots$ — Studia il segno del numeratore e del denominatore.

$D: x^2 + \ldots > \ldots \ \rightarrow\ \forall \ldots \in \ldots$ — Osserva che il denominatore è una somma di quadrati, pertanto è sempre positivo.

$x^2 + 3x + \ldots = \ldots$ — Scrivi l'equazione associata al numeratore.

$\Delta = (3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (\ldots) = 9 - \ldots = \ldots$ — Risolvi l'equazione associata al numeratore.

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{\ldots}}{2} = \frac{-3 \pm \ldots}{2} = \begin{cases} -2 \\ \ldots \end{cases}$$

$x < -2 \ \vee \ x > \ldots$ — Scrivi l'intervallo di soluzione della disequazione.

Compila il quadro dei segni.

		−2		...	
N	+	0	...	0	+
D	...		+		...
$\frac{N}{D}$	+	0	...	...	...

$-2 < x < \ldots$ — Scrivi l'intervallo in cui è verificata la disequazione.

ossia

$]-2; \ldots[$

2 **PROVA TU**

Risolvi la seguente disequazione:

$$\frac{4x^2+3}{x^2-7x+12}<0.$$

N: $4x^2 + \ldots > \ldots \;\rightarrow\; \forall \ldots \in \ldots$

D: $x^2 - 7x + \ldots > \ldots$

$x^2 - 7x + \ldots = \ldots$

$\Delta = (-7)^2 - 4(1)(\ldots) = 49 - \ldots = \ldots$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{\ldots}}{2} = \frac{7 \pm \ldots}{2} = \begin{cases} 4 \\ \ldots \end{cases}$$

$x < \ldots \;\vee\; x > 4$

La disequazione è verificata per:

$\ldots < x < 4$

ossia

$]\ldots; 4[$.

		3		4	
N	+		+		...
D	...	0	–	0	...
N/D	+	∄	...	∄	...

Risolvi le seguenti disequazioni.

3 $\dfrac{x+3}{x-4} < 0$ $[-3 < x < 4]$

4 $\dfrac{x^2-4}{x-1} \geq 0$ $[-2 \leq x < -1 \vee x \geq 2]$

5 $\dfrac{x+2}{x^2-1} \leq 0$ $[x \leq -2 \vee -1 < x < 1]$

6 $\dfrac{4x^2-1}{2x} > 0$ $\left[-\dfrac{1}{2} < x < 0 \vee x > \dfrac{1}{2}\right]$

7 $\dfrac{x^2-4x}{x^2} \leq 0$ $[0 < x \leq 4]$

8 $\dfrac{x^2-5x+6}{x+1} > 0$ $[-1 < x < 2 \vee x > 3]$

9 $\dfrac{x^2+3x-10}{5x} > 0$ $[-5 < x < 0 \vee x > 2]$

10 $\dfrac{x^2-4x+4}{2x} > 0$ $[0 < x < 2 \vee x > 2]$

11 $2x + \dfrac{3-x-2x^2}{x-2} > 0$ $\left[\dfrac{3}{5} < x < 2\right]$

12 $\dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{x+1} \leq \dfrac{x-1}{6}$ $[-3 \leq x < -1 \;\vee\; x \geq 5]$

RECUPERO
I SISTEMI DI DISEQUAZIONI

1 **COMPLETA**

Risolvi il seguente sistema:

$$\begin{cases} x^2 - 3x > 0 \\ x^2 - 5x - 6 < 0 \end{cases}$$

Prima disequazione

$x^2 - 3x \ldots 0$ — Scrivi l'equazione associata alla prima disequazione.

$x(\ldots - 3) = \rightarrow x_1 = 0, x_2 = \ldots$ — Risolvila.

$x^2 - 3x > 0 \rightarrow x < 0 \ \vee \ x \ldots$ — Scrivi l'intervallo in cui è verificata la disequazione.

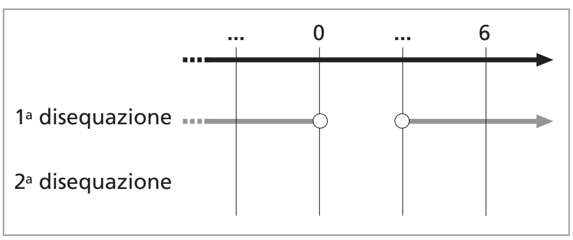
Seconda disequazione

$x^2 - 5x - 6 \ldots 0$ — Scrivi l'equazione associata alla seconda disequazione.

$\Delta = (-5)^2 - 4(\ldots) = 25 + \ldots = \ldots$ — Risolvila.

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{\ldots}}{2} = \frac{5 \pm \ldots}{2} = \begin{cases} 6 \\ \ldots \end{cases}$$

$x^2 - 5x - 6 < 0 \rightarrow \ldots < x < 6$ — Scrivi l'intervallo in cui è verificata la disequazione.



Compila il quadro delle soluzioni e individua gli eventuali intervalli in cui le due disequazioni sono verificate contemporaneamente.

$-1 < x < \ldots \ \vee \ \ldots x < 6$ — Scrivi la soluzione del sistema.

2 **PROVA TU**

Risolvi il seguente sistema:

$$\begin{cases} 4x - x^2 \leq 0 \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \\ 10 + 3x - x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - \ldots \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \\ x^2 - 3x - \ldots < 0 \end{cases}$$

Prima disequazione

$x^2 - \ldots = 0$

$x(x - \ldots) = 0 \;\rightarrow\; x_1 = 0 \;\vee\; x_2 = \ldots$

$x^2 - \ldots \geq 0 \;\rightarrow\; x \leq 0 \;\vee\; x \geq \ldots$

Seconda disequazione

$x^2 - 2x - 3 = \ldots$

$$\frac{\Delta}{4} = (-1)^2 - (-\ldots) = 1 + \ldots = \ldots$$

$$x = \frac{+1 \pm \sqrt{\ldots}}{1} = 1 \pm \ldots = \begin{cases} \ldots \\ -1 \end{cases}$$

$x^2 - 2x - 3 > 0 \;\rightarrow\; x < -1 \;\vee\; x \ldots$

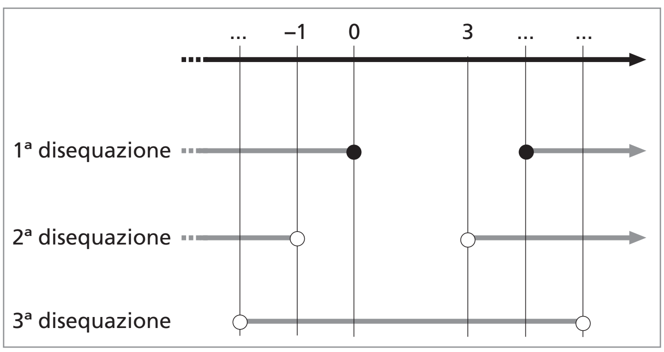
Terza disequazione

$x^2 - 3x - \ldots = \ldots$

$\Delta = (-3)^2 - 4(\ldots) = 9 + \ldots = \ldots$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{\ldots}}{2} = \frac{3 \pm \ldots}{2} = \begin{cases} \ldots \\ -2 \end{cases}$$

$x^2 - 3x - \ldots < 0 \;\rightarrow\; -2 < x < \ldots$



Le soluzioni del sistema sono:

$-2 < x < -1 \;\vee\; \ldots \leq x < \ldots$, ossia $]-2; -1[\,\cup\, [\ldots; \ldots[$.

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

3 $\begin{cases} x-1>0 \\ x^2-9\leq 0 \end{cases}$ $[1<x\leq 3]$

4 $\begin{cases} 2x-3\geq 0 \\ 4-x^2\geq 0 \end{cases}$ $\left[\dfrac{3}{2}\leq x\leq 2\right]$

5 $\begin{cases} 3x^2-5x-2\geq 0 \\ 2x-3<0 \end{cases}$ $\left[x\leq -\dfrac{1}{3}\right]$

6 $\begin{cases} x^2-4x<0 \\ x-2\geq 0 \end{cases}$ $[2\leq x<4]$

7 $\begin{cases} x^2-3x-4\leq 0 \\ 2x-1>0 \end{cases}$ $\left[\dfrac{1}{2}<x\leq 4\right]$

8 $\begin{cases} x^2-9<0 \\ x^2+4x>0 \end{cases}$ $[0<x<3]$

9 $\begin{cases} x^2+x+3>0 \\ x^2-2x<0 \end{cases}$ $[0<x<2]$

10 $\begin{cases} x^2-4x>0 \\ x^2-5x+6<0 \end{cases}$ $[\nexists x\in\mathbb{R}]$

11 $\begin{cases} x^2-1\leq 0 \\ x^2-x-2\leq 0 \end{cases}$ $[-1\leq x\leq 1]$

12 $\begin{cases} x^2-4x+4>0 \\ x^2-9\leq 0 \end{cases}$ $[-3\leq x<2 \vee 2<x\leq 3]$

13 $\begin{cases} x-1\geq 0 \\ x^2+4>0 \\ 9-x^2\leq 0 \end{cases}$ $[x\geq 3]$

14 $\begin{cases} 4-x^2\geq 0 \\ 2x-3>0 \\ 3x^2-5x-2\leq 0 \end{cases}$ $\left[\dfrac{3}{2}<x\leq 2\right]$

RECUPERO

LE RETTE PARALLELE E LE RETTE PERPENDICOLARI

1 **COMPLETA**

Scrivi le equazioni delle rette in forma esplicita e indica se le rette sono parallele o perpendicolari.

$r: 3x - y - 1 = 0;$ $s: 6x - 2y + 4 = 0;$ $t: \frac{1}{3}x + y - 1 = 0.$

$r: y = 3x - \ldots$

$s: 2y = 6x + \ldots \rightarrow y = 3x + \ldots$

$t: y = -\frac{1}{3}x + \ldots$

Scrivi le equazioni delle tre rette in forma esplicita $y = mx + q$.

$m_r = 3, m_s = \ldots, m_t = -\frac{1}{3}$

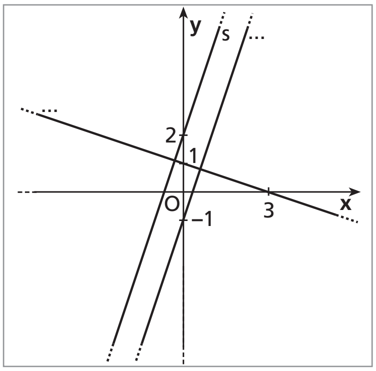
Individua i coefficienti angolari delle tre rette.

$m_r = \ldots \Rightarrow r \parallel \ldots$

$m_t = -\frac{1}{m_{\ldots}} \Rightarrow t \perp \ldots$

$m_t = -\frac{1}{m_{\ldots}} \Rightarrow t \perp \ldots$

Scrivi le relazioni tra i coefficienti angolari e le conseguenti posizioni tra le rette:
$m_a = m_b \Rightarrow a \parallel b$;
$m_a = -\frac{1}{m_b} \Rightarrow a \perp b$.



Disegna le rette nel piano cartesiano e controlla i risultati ottenuti.

2 **PROVA TU**

Scrivi le equazioni delle rette in forma esplicita e indica se le rette sono parallele o perpendicolari.

$r\colon\ 2x+2y-4=0;\quad s\colon\ 3x+3y+9=0;\quad t\colon\ x-y+1=0.$

$r\colon 2y=-2x+\ldots \rightarrow y=-x+\ldots$

$s\colon 3y=-3x-\ldots \rightarrow y=-x-\ldots$

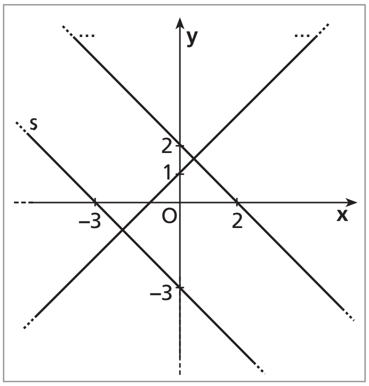
$t\colon y=x+\ldots$

$m_r=-1, m_s=\ldots, m_t=+1.$

$m_r=m_{\ldots} \Rightarrow r \parallel \ldots$

$m_r=-\dfrac{1}{m_{\ldots}} \Rightarrow r \perp \ldots$

$m_{\ldots}=-\dfrac{1}{m_s} \Rightarrow \ldots \perp s.$



Rappresenta nel piano cartesiano le seguenti rette e stabilisci se sono fra loro parallele o perpendicolari.

3 $r\colon y+2x=0;\quad s\colon y+2x-3=0;\quad t\colon 2y-x-4=0.$

$\left[r\colon y=-2x; s\colon y=-2x+3; t\colon y=\dfrac{1}{2}x+2; r \parallel s; r\perp t; s\perp t\right]$

4 $r\colon y-3x+1=0;\quad s\colon -9x+3y-12=0;\quad t\colon 3y+x+9=0.$

$\left[r\colon y=3x-1; s\colon y=3x+4; t\colon y=-\dfrac{1}{3}x-3; r \parallel s; r\perp t; s\perp t\right]$

5 $r\colon y-2x=0;\quad s\colon y-2x+2=0;\quad t\colon 2y+x-3=0.$

$\left[r\colon y=2x; s\colon y=2x-2; t\colon y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}; r \parallel s; t\perp r; t\perp s\right]$

6 $r\colon y-2x-1=0;\quad s\colon -4x+2y-6=0;\quad t\colon 2y+x=0.$

$\left[r\colon y=2x+1; s\colon y=2x+3; t\colon y=-\dfrac{1}{2}x; r \parallel s; t\perp r; t\perp s\right]$

7 $r\colon 4x-y+1=0;\quad s\colon 8x-2y+4=0;\quad t\colon \dfrac{1}{4}x+y-2=0.$

$\left[r\colon y=4x+1; s\colon y=4x+2; t\colon y=-\dfrac{1}{4}x+2; r \parallel s; t\perp r; t\perp s\right]$

8 $r\colon x+y-1=0;\quad s\colon 2x+2y+5=0;\quad t\colon y-x+4=0.$

$\left[r\colon y=-x+1; s\colon y=-x-\dfrac{5}{2}; t\colon y=x-4; r \parallel s; t\perp r; t\perp s\right]$

9 $r\colon x-3y+2=0;\quad s\colon 2x-6y-2=0;\quad t\colon 6x+2y-3=0.$

$\left[r\colon y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{2}{3}; s\colon y=\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{3}; t\colon y=-3x+\dfrac{3}{2}; r \parallel s; t\perp r; t\perp s\right]$

10 $r\colon y-2x+5=0;\quad s\colon 2y-4x-3=0;\quad t\colon 2y+x-4=0.$

$\left[r\colon y=2x-5; s\colon y=2x+\dfrac{3}{2}; t\colon y=-\dfrac{1}{2}x+2; r \parallel s; t\perp r; t\perp s\right]$

11 $r: x - 2y + 3 = 0$; $s: 3x - 6y - 2 = 0$; $t: y + 2x - 2 = 0$.

$$\left[r: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2};\ s: y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{3};\ t: y = -2x + 2;\ r \mathbin{/\!/} s;\ t \perp r;\ t \perp s \right]$$

12 $r: 3y - x - 3 = 0$; $s: 6y - 2x + 4 = 0$; $t: 2y + 6x - 3 = 0$.

$$\left[r: y = \frac{1}{3}x + 1;\ s: y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3};\ t: y = -3x + \frac{3}{2};\ r \mathbin{/\!/} s;\ t \perp r;\ t \perp s \right]$$

RECUPERO
IL FASCIO IMPROPRIO

1 **COMPLETA**

Scrivi l'equazione del fascio improprio di rette contenente la retta di equazione $3x + 2y - 1 = 0$.

$2y = -3x + \dots \rightarrow y = -\dfrac{3}{2}x + \dots$	Scrivi l'equazione della retta in forma esplicita.
$m = \dots$	Ricava il coefficiente angolare della retta m.
$y = \dots x + q$	Scrivi l'equazione del fascio di rette $y = mx + q$.

2 **PROVA TU**

Scrivi l'equazione del fascio improprio di rette contenente la retta di equazione $4x + 2y - 4 = 0$.

$2y = \dots x + 4 \rightarrow y = \dots x + 2$

$m = \dots$

$y = \dots x + q$.

Scrivi l'equazione del fascio improprio di rette, contenente le rette seguenti.

3 $y = 5x + 3$ $\quad [y = 5x + q]$

4 $2x - 3y + 1 = 0$ $\quad \left[y = \dfrac{2}{3}x + q\right]$

5 $y = 3x - 4$ $\quad [y = 3x + q]$

6 $2x - y + 1 = 0$ $\quad [y = 2x + q]$

7 $3x + 2y - 6 = 0$ $\quad \left[y = -\dfrac{3}{2}x + q\right]$

8 $x + 3y + 4 = 0$ $\quad \left[y = -\dfrac{1}{3}x + q\right]$

9 $y = -\dfrac{4}{3}x + 1$ $\quad \left[y = -\dfrac{4}{3}x + q\right]$

10 $2y - x + 1 = 0$ $\quad \left[y = \dfrac{1}{2}x + q\right]$

RECUPERO
IL FASCIO PROPRIO

1 **COMPLETA**

Scrivi l'equazione del fascio proprio di rette, passante per il punto $P(2; -1)$.

$x_1 = 2, y_1 = \ldots$

$y - (-1) = m(x - \ldots)$

Scrivi l'equazione del fascio utilizzando la formula $y - y_1 = m(x - x_1)$.

$y = m(x - \ldots) - \ldots$

Svolgi i calcoli e scrivi l'equazione del fascio proprio per P.

2 **PROVA TU**

Scrivi l'equazione del fascio proprio di rette, passante per il punto $P\left(-2; \frac{1}{5}\right)$.

$x_1 = \ldots,\ y_1 = \frac{1}{5}$

$y - \ldots = m[x - (-2)]$

$y = m(x + 2) + \ldots$

$y = m(x + 2) + \ldots \vee x = \ldots$

Scrivi l'equazione del fascio proprio di rette passante per il seguente punto.

3 $P\left(-4; \frac{1}{3}\right)$ $\left[y = m(x + 4) + \frac{1}{3}\right]$

4 $P\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{2}\right)$ $\left[y = m\left(x - \frac{2}{3}\right) - \frac{1}{2}\right]$

5 $P(-2; 1)$ $[y = m(x + 2) + 1]$

6 $P(2; -3)$ $[y = m(x - 2) - 3]$

7 $P\left(-\frac{2}{3}; 1\right)$ $\left[y = m\left(x + \frac{2}{3}\right) + 1\right]$

8 $P\left(-2; \frac{1}{3}\right)$ $\left[y = m(x + 2) + \frac{1}{3}\right]$

9 $P\left(5; -\frac{2}{3}\right)$ $\left[y = m(x - 5) - \frac{2}{3}\right]$

10 $P\left(\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}\right)$ $\left[y = m\left(x - \frac{1}{2}\right) - \frac{2}{3}\right]$

RECUPERO
LA RETTA PASSANTE PER DUE PUNTI

1 **COMPLETA**

Scrivi l'equazione della retta passante per la seguente coppia di punti:

$A(-2; 3), B(4; -1)$.

$$\frac{y-3}{\ldots-3} = \frac{x+2}{\ldots+2}$$

$$\frac{y-3}{-\ldots} = \frac{x+2}{6}$$

Applica la formula dell'equazione della retta per due punti $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$: $\frac{y-y_A}{y_B-y_A} = \frac{x-x_A}{x_B-x_A}$.

$6(y-3) = -\ldots(x+2)$

$6y-18 = -\ldots x - \ldots$

$6y + \ldots x - 10 = 0$

$y = -\frac{\ldots}{3}x + \frac{5}{3}$

Semplifica e scrivi l'equazione della retta in forma esplicita.

2 **PROVA TU**

Scrivi l'equazione della retta passante per la coppia di punti $A(-2; -4), B(5; 3)$.

Primo metodo

$y + 4 = m(x + \ldots)$

$3 + 4 = m(\ldots + \ldots)$

$7 = \ldots m$

$m = 1$

$y + 4 = 1(x + \ldots)$

$y = x + \ldots - 4$

$y = x - \ldots$

Secondo metodo

$$\frac{y+4}{\ldots+4} = \frac{x+\ldots}{5+\ldots}$$

$$\frac{y+4}{\cancel{\ldots}} = \frac{x+\ldots}{\cancel{\ldots}}$$

$y + 4 = x + \ldots$

$y = x + \ldots - 4$

$y = x - \ldots$

Scrivi l'equazione della retta passante per le seguenti coppie di punti.

3 $A(5; 2)$, $B(-2; 3)$. $\left[y = -\frac{1}{7}x + \frac{19}{7}\right]$

4 $A\left(-\frac{1}{2}; 6\right)$, $B\left(\frac{5}{2}; -3\right)$. $\left[y = -3x + \frac{9}{2}\right]$

5 $A(1; 3)$, $B(-2; 0)$. $[y = x + 2]$

6 $A(1; 2)$, $B(0; 3)$. $[y = -x + 3]$

7 $A(2; 5)$, $B(3; -2)$. $[y = -7x + 19]$

8 $A(3; -2)$, $B(-1; 4)$. $\left[y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}\right]$

9 $A(0; 1)$, $B(3; 2)$. $\left[y = \frac{1}{3}x + 1\right]$

10 $A(-2; 1)$, $B(4; -1)$. $\left[y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}\right]$

11 $A(-3; -2)$, $B(0; 4)$. $[y = 2x + 4]$

12 $A(1; -2)$, $B(3; 2)$. $[y = 2x - 4]$

RECUPERO

RISOLVERE PROBLEMI SU RETTE E SEGMENTI

1 **COMPLETA**

Scrivi l'equazione della retta che soddisfa le seguenti condizioni:

a) è perpendicolare alla retta per $A(-1; -2)$ e $B(2; 3)$;
b) passa per il punto $C(3; -1)$.

$$m_{AB} = \frac{-2 - \ldots}{-1 - 2} = \frac{\ldots}{-3} = + \frac{\ldots}{3}$$

Determina il coefficiente angolare della retta AB utilizzando la formula $m_{AB} = \dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$.

$$m = -\frac{1}{\frac{\ldots}{3}} = -\frac{3}{\ldots}$$

Scrivi il coefficiente angolare della retta perpendicolare ad AB $m = -\dfrac{1}{m_{AB}}$.

$$y + 1 = m(x - \ldots)$$

Scrivi l'equazione della generica retta per C: $y - y_C = m(x - x_C)$.

$$y + 1 = -\frac{3}{\ldots}(x - \ldots)$$

Scrivi l'equazione della retta per C perpendicolare ad AB.

$$y + 1 = -\frac{3}{\ldots}x + \ldots$$

$$y = -\frac{3}{\ldots}x + \ldots - 1$$

$$y = -\frac{3}{\ldots}x + \frac{\ldots}{\ldots}$$

2 **PROVA TU**

Scrivi l'equazione della retta che soddisfa le seguenti condizioni:

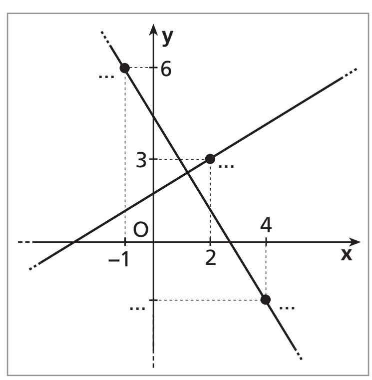
a) è perpendicolare alla retta per $A(4; -2)$ e $B(-1; 6)$;
b) passa per il punto $C(2; 3)$.

$$m_{AB} = \frac{6 + \ldots}{-1 - 4} = \frac{\ldots}{-5} = -\frac{\ldots}{5}$$

$$m = -\frac{1}{m_{AB}} = \frac{-1}{-\frac{\ldots}{5}} = +\frac{5}{\ldots}$$

$$y - 3 = m(x - \ldots)$$

$$y - 3 = \frac{5}{\ldots}(x - \ldots)$$



$$y - 3 = \frac{5}{\ldots} x - \ldots$$

$$y = \frac{5}{\ldots} x - \ldots + 3$$

$$y = \frac{5}{\ldots} x + \ldots .$$

Risolvi i seguenti problemi.

3 Scrivi l'equazione della retta passante per $A(1; 2)$ e parallela alla retta passante per l'origine e per $B(3; 1)$.
$\left[y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}\right]$

4 Determina il perimetro del triangolo di vertici: $A(3; 2)$, $B(1; -6)$ e $C(5; -4)$.
$[2(\sqrt{10} + \sqrt{17} + \sqrt{5})]$

5 Verifica che il triangolo di vertici $A(2; 1)$, $B(7; 6)$ e $C(-1; 9)$ è isoscele e calcolane l'area.
$\left[CA \cong CB; \frac{55}{2}\right]$

6 Scrivi l'equazione della retta passante per $A(-2; 1)$ e perpendicolare alla retta di equazione $2x - 3y + 2 = 0$.
$\left[y = -\frac{3}{2}x - 2\right]$

7 Scrivi l'equazione della retta passante per l'origine e per $A(1; 2)$. $[y = 2x]$

8 Scrivi l'equazione della retta passante per $A(1; -2)$ e parallela alla retta $2x + 4y - 5 = 0$.
$\left[y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}\right]$

9 Scrivi l'equazione della retta passante per $A(5; -2)$ e $B(3; 1)$. $\left[y = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{2}\right]$

10 Dato il segmento AB di estremi $A(-5; 2)$ e $B(1; 3)$, determina la sua lunghezza e le coordinate del punto medio.
$\left[\overline{AB} = \sqrt{37}; M\left(-2; \frac{5}{2}\right)\right]$

11 Verifica che il triangolo di vertici $A(5; 0)$, $B(-1; 4)$ e $C(3; -2)$ è isoscele. $[\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{52}]$

RECUPERO
IL DISCRIMINANTE

1 **COMPLETA**

Data l'equazione di secondo grado $x^2 - 8x + 12 = 0$, calcola il discriminante.

Il coefficiente di x^2 è $a = \ldots$; il coefficiente di x è $b = \ldots$; il termine noto è $c = \ldots$

Il discriminante è $\Delta = b^2 - 4ac = \ldots$

Possiamo calcolare $\frac{\Delta}{4}$ perché b è …, quindi $\frac{\Delta}{4} = \ldots$

2 **COMPLETA** la tabella seguente.

EQUAZIONE	a	b	c	Δ	$\frac{\Delta}{4}$
$x^2 - 2x - 3 = 0$	…	…	…	…	…
$4x^2 - 4x + 1 = 0$	…	…	…	…	…
$2x^2 - (k-1)x - 2k = 0$	…	…	…	…	…

Nelle seguenti equazioni di secondo grado determina il coefficiente di x^2, il coefficiente di x, il termine noto e il discriminante.

3 $3x^2 + 16x + 5 = 0$ $[a = 3; b = 16; c = 5; \Delta = 196]$

4 $x^2 - 5x + 7 = 0$ $[a = 1; b = -5; c = 7; \Delta = -3]$

5 $4x^2 - 12x + 9 = 0$ $[a = 4; b = -12; c = 9; \Delta = 0]$

6 $4x - 3 + \frac{1}{2}x^2 = 0$ $\left[a = \frac{1}{2}; b = 4; c = -3; \Delta = 22\right]$

7 $3x^2 + 4 + \frac{1}{2}x = 0$ $\left[a = 3; b = \frac{1}{2}; c = 4; \Delta = -\frac{191}{4}\right]$

8 $\frac{1}{4} + x^2 - \frac{1}{2}x = 0$ $\left[a = 1; b = -\frac{1}{2}; c = \frac{1}{4}; \Delta = -\frac{3}{4}\right]$

RECUPERO
LE EQUAZIONI NUMERICHE INTERE

1 **COMPLETA**

Risolvi la seguente equazione:

$2(2-3x)-x(3-2x)=0.$

$4-\ldots-\ldots+\ldots=0$ Svolgi i calcoli.

$2x^2-9x+4=0$ Sommando i monomi simili ottieni questa equazione di secondo grado.

$\Delta=\ldots-4\cdot\ldots\cdot\ldots=49$ Calcola il discriminante $\Delta=b^2-4ac$.

$x=\dfrac{\ldots\pm\sqrt{\ldots}}{2\cdot\ldots}=\begin{cases}4\\ \dfrac{1}{2}\end{cases}$ Calcola le soluzioni applicando la formula risolutiva.

2 **PROVA TU**

Risolvi la seguente equazione:

$x(1+3x)=1-x.$

$\ldots+3\ldots-1+\ldots=0$

$3\ldots+\ldots-\ldots=0$

$\Delta=\ldots+\ldots=16$

$x=\dfrac{\ldots\pm\sqrt{\ldots}}{2\cdot\ldots}=\begin{cases}\ldots\\ \ldots\end{cases}$

Risolvi le seguenti equazioni.

3 $\dfrac{2x+1}{2}+\dfrac{x^2-4}{12}-x=\dfrac{3-x^2}{4}$ $\left[\pm\dfrac{\sqrt{7}}{2}\right]$

4 $4(x^2-1)=2(2x+1)-3$ $\left[-\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right]$

5 $\dfrac{x^2+2x}{6}+\dfrac{x^2}{3}=-1$ $[\varnothing]$

6 $\dfrac{x^2+3}{3}=\dfrac{(x-1)(x+2)}{6}+\dfrac{4}{3}$ $[0;1]$

7 $x^2-3x=\dfrac{x}{3}-1$ $\left[3;\dfrac{1}{3}\right]$

8 $(2x+3)^2=4(3x+4)+1$ $[\pm\sqrt{2}]$

9 $\left(1-\dfrac{3}{8}\right)x^2-\dfrac{1}{16}=\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{16}\right)x+\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{8}\right)x^2$ $\left[-\dfrac{1}{8};1\right]$

RECUPERO

LE EQUAZIONI NUMERICHE FRATTE

1 **COMPLETA**

Risolvi la seguente equazione:

$$\frac{2x-1}{3}=\frac{1}{x}.$$

m.c.m. $= 3x$ — Determina il m.c.m. e trova le C.E.

C.E.: $3x \neq 0 \;\Rightarrow\; x \neq \ldots$

$\frac{2x-1}{\cancel{3}}\cdot\cancel{3}x=\frac{1}{\cancel{x}}\cdot 3\cancel{x}$ — Moltiplica entrambe le frazioni per il m.c.m. e semplifica.

$2x^{\cdots}-\ldots=3$ — Calcola i prodotti.

$2x^{\cdots}-\ldots-3=0$ — Porta tutti i termini a sinistra ordinandoli in modo decrescente rispetto a x.

$a=\ldots,\; b=\ldots,\; c=\ldots$ — Individua i coefficienti a, b, c.

$\Delta=b^2-4ac$ — Calcola il Δ.

$\Delta=(\ldots)^2-4\cdot(2)\cdot(\ldots)=\ldots+24=25$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{25}}{2\cdot 2}=\frac{1\pm\ldots}{4}=\begin{cases}\dfrac{1+\ldots}{4}=\dfrac{\ldots}{4}=\dfrac{\ldots}{2}\\[2ex]\dfrac{1-\ldots}{4}=\dfrac{\ldots}{4}=\ldots\end{cases}$$

Applica la formula $x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}$.

$x_1=\frac{\ldots}{2};\; x_2=\ldots$ — Scrivi le soluzioni.

2 **PROVA TU**

Risolvi la seguente equazione:

$$\frac{x-12}{2x}+\frac{x-2}{2}=0.$$

m.c.m. $= 2x$

C.E.: $2x \neq 0 \;\Rightarrow\; x \neq \ldots$

$\frac{x-12}{\cancel{2x}}\cdot\cancel{\ldots}+\frac{x-2}{\cancel{2}}\cdot\cancel{2}x=0$

$x-12+x^{\cdots}-2x=0$

$x^2-\ldots\ldots-12=0$

$a=\ldots,\; b=\ldots,\; c=\ldots$

$\Delta=b^2-4ac$

$\Delta=(-1)^2-4\cdot(1)(\ldots)=\ldots+48=49$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{\dots}}{2 \cdot (\dots)} = \frac{1 \pm \dots}{2} = \begin{cases} \dfrac{1 + \dots}{2} = \dfrac{\dots}{2} = \dots \\[2ex] \dfrac{1 - \dots}{2} = \dfrac{\dots}{2} = \dots \end{cases}$$

$x_1 = \dots,\ x_2 = \dots.$

Risolvi le seguenti equazioni.

3 $\dfrac{2x-1}{x} = \dfrac{2}{x+1}$ $\left[1; -\dfrac{1}{2}\right]$

4 $\dfrac{2x+1}{6} = \dfrac{1}{x}$ $\left[x \neq 0; -2; \dfrac{3}{2}\right]$

5 $\dfrac{2}{x} + \dfrac{x}{x-4} = 0$ $[x \neq 0 \wedge x \neq 4; 2; -4]$

6 $\dfrac{x}{x-1} + \dfrac{x-3}{x^2-1} = 0$ $[x \neq \pm 1; -3; 1 \text{ non acc.}]$

7 $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{x}{2x-1}$ $\left[x \neq \dfrac{1}{2}; 1; -\dfrac{1}{2}\right]$

8 $\dfrac{x+1}{x} - 2x = \dfrac{x^2+3}{2x} + 4$ $\left[-1; -\dfrac{1}{5}\right]$

RECUPERO

LA FUNZIONE $y = ax^2 + bx + c$

1 **COMPLETA**

Traccia il grafico della funzione $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 1$.

$a = -\frac{1}{2}$; $\quad b = \frac{3}{2}$; $\quad c = \ldots$. Individua i coefficienti della parabola e calcola il discriminante.

$$\Delta = b^2 - 4ac = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4\left(-\frac{1}{2}\right)(\ldots) = \frac{9}{4} - \ldots = \frac{\ldots}{4}$$

$$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{\frac{3}{2}}{2(\ldots)} = +\frac{3}{2}$$

Calcola le coordinate del vertice.

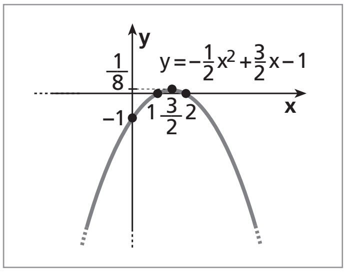
$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{\ldots}{4\left(-\frac{1}{2}\right)} = +\frac{\ldots}{8}$$

$$V\left(\frac{3}{2}; \frac{\ldots}{8}\right)$$

Cerca le coordinate di altri punti della parabola scrivendo una tabella in cui assegni i valori a x.

x	y
0	…
2	0
1	…
-2	-6
-1	…

Poiché $a < 0$, la concavità è rivolta verso … Osserva che $a < 0$.



2 **PROVA TU**

Rappresenta nel piano cartesiano la parabola di equazione $y = -\frac{1}{3}x^2 + x + \frac{4}{3}$.

$a = -\frac{1}{3}; \quad b = 1; \quad c = \ldots .$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4\left(-\frac{1}{3}\right)(\ldots) = 1 + \ldots = \frac{25}{9}$

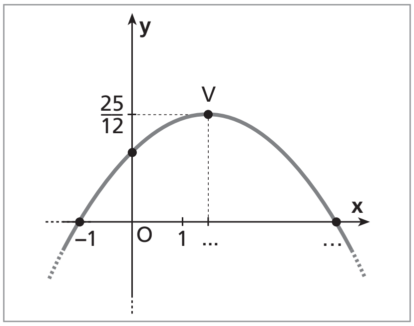
$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{\ldots} = +\frac{3}{2}$

$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{\frac{25}{9}}{\ldots} = + \ldots$

$V\left(\frac{3}{2}; \ldots\right)$

x	y
0	$\frac{4}{3}$
1	…
−1	0
4	…

$a < 0$ concavità verso … .



Traccia il grafico delle seguenti funzioni.

3 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x$

4 $y = 3x^2 - \frac{1}{3}$

5 $y = x^2 + 1$

6 $y = 4x^2 - 1$

7 $y = x^2 - 6x + 9$

8 $y = 2x^2 - 4x + 2$

9 $y = -2x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$

10 $y = x^2 - 9$