**Lavoro estivo di matematica**

**Di seguito trovate gli esercizi che costituiscono il lavoro estivo per quest'anno.**

**Li svolgerete non su un quadrerno, ma su fogli che consegnerete in una busta di plastica al rientro a scuola, quando sarà.**

**Sembrano molti ma è importante, la terza è una classe impegnativa e non bisogna aver lasciato indietro nulla di quanto presente in questi esercizi.**

**Per il resto vi auguro buone vacanze, a voi e le vostre famiglie.**

**Disequazioni ripasso**

**212** $\frac{5x}{11} - \frac{3}{22} > \frac{15x^2 - 18}{33x}$ $\quad [0 < x < 4]$

**213** $\frac{x-3}{x} > 0$ $\quad [x < 0 \vee x > 3]$

**214** $\frac{x}{x+1} \geq 0$ $\quad [x < -1 \vee x \geq 0]$

**215** $\frac{1-x}{1+x} \leq 0$ $\quad [x < -1 \vee x \geq 1]$

**216** $\frac{5 - 2x}{2 + x} < 0$ $\quad \left[x < -2 \vee x > \frac{5}{2}\right]$

**217** $\frac{4}{x} < \frac{1}{2}$ $\quad [x < 0 \vee x > 8]$

**218** $\frac{10}{7x} > \frac{5}{14}$ $\quad [0 < x < 4]$

**219** $\frac{6x}{x-1} < 1$ $\quad \left[-\frac{1}{5} < x < 1\right]$

**220** $\frac{x+1}{x-1} > \frac{3}{4}$ $\quad [x < -7 \vee x > 1]$

**221** $\frac{3x-1}{2-5x} < 0$ $\quad \left[x < \frac{1}{3} \vee x > \frac{2}{5}\right]$

**243** $\frac{4x^2}{(2x-3)^2} > 0$ $\quad \left[x \neq 0 \wedge x \neq \frac{3}{2}\right]$

**244** $\frac{x^3 - 7x + 6}{x+1} < 0$ $\quad [-3 < x < -1 \vee 1 < x < 2]$

**245** $\frac{x^3 - 4x^2 - 9x + 36}{x^3 - 9x} \geq 0$ $\quad [x < 0 \vee x \geq 4 \wedge x \neq -3]$

**246** $\frac{x(x^2+1)}{(x-3)(x+1)} \leq 0$ $\quad [x < -1 \vee 0 \leq x < 3]$

**247** $\frac{16 - x^4}{x^3 + x^2} \geq 0$ $\quad [x \leq -2 \vee -1 < x \leq 2 \wedge x \neq 0]$

**248** $\frac{(x-3)(4-x^2)}{x^2 - 6x + 9} > 0$ $\quad [x < -2 \vee 2 < x < 3]$

**286** $\begin{cases} x-4<0 \\ 2-x>0 \\ x+3>0 \end{cases}$ $[-3<x<2]$

**287** $\begin{cases} 3x+9+2<x-1 \\ 2x-3>x+7 \end{cases}$ [impossibile]

**288** $\begin{cases} x-6-x(x-1)>2-x^2 \\ 2x-1<3 \end{cases}$ [impossibile]

**289** $\begin{cases} x+7-3x \geq -x(x+1)+x^2-3-2x \\ 2x+3<7 \end{cases}$ $[-10 \leq x < 2]$

**290** $\begin{cases} \dfrac{1}{3}(9x+12)-10>12 \\ 4x(x-1)+10<4x(x+1)-6 \end{cases}$ $[x>6]$

**291** $\begin{cases} 2x(x-1)-2x^2+x<2-x \\ 7x-1-6x>x-3 \end{cases}$ $[\forall x \in \mathbb{R}]$

**292** $\begin{cases} \dfrac{x+3}{2}-\dfrac{2}{3}<\dfrac{x-1}{6}-1 \\ 2x-2>x+1 \end{cases}$ [impossibile]

**381** $|3x+2|-1=2x+5$ $\left[x=4; x=-\dfrac{8}{5}\right]$

**382** $7-|4+8x|=2x+1$ $\left[x=\dfrac{1}{5}; x=-\dfrac{5}{3}\right]$

**383** $3\left(|x|-\dfrac{1}{3}\right)=6x-1$ $[x=0]$

**384** $\left|\dfrac{1}{2}-x\right|=\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{12}$ $\left[x=\dfrac{7}{16}; x=\dfrac{5}{8}\right]$

**385** $\left|\dfrac{3}{4}(x-1)\right|=\dfrac{1}{2}x+2$ $[x=11; x=-1]$

**386** $\dfrac{1}{|x-3|}=\dfrac{3}{2}$ $\left[x=\dfrac{11}{3}; x=\dfrac{7}{3}\right]$

**SISTEMI**

Risolvi con il metodo di sostituzione i seguenti sistemi.

**27** $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 9 \end{cases}$ $[(6; 3)]$

**28** $\begin{cases} 2x - 5y = 7 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$ $[(16; 5)]$

**29** $\begin{cases} 5x + y = 20 \\ 5x + 7y = 20 \end{cases}$ $[(4; 0)]$

**30** $\begin{cases} x - 6y + 5 = 3 - 7y + 10 + 2x + 2 \\ x + y = 6 - 8 \end{cases}$ $[(-6; 4)]$

**31** $\begin{cases} 2x - 4 = 3y \\ 4y - 1 = 2x \end{cases}$ $\left[\left(\frac{19}{2}; 5\right)\right]$

**32** $\begin{cases} 3x - 1 = 0 \\ 4x + 2y = 0 \end{cases}$ $\left[\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)\right]$

**33** $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 4x + 3y = 4 \end{cases}$ $\left[\left(\frac{5}{2}; -2\right)\right]$

**34** $\begin{cases} 5(5x - 2) = 20x - 2(y - 3) \\ 2(x - 5) - 12y = 21(1 - y) \end{cases}$ $[(2; 3)]$

**35** $\begin{cases} (x - 2)^2 + (y - 1)(y + 1) = x^2 + y^2 + 3 \\ (x - 3y)(x + 3y) - x^2 + 3y = 4 - 9y^2 - 2x \end{cases}$ $\left[\left(0; \frac{4}{3}\right)\right]$

Risolvi i seguenti sistemi con il metodo di riduzione, dopo aver stabilito, per ciascuno, se è determinato, indeterminato o impossibile.

**119** $\begin{cases} x - y = 4 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$ $[(5; 1)]$

**120** $\begin{cases} 3x + 7y = 2 \\ 4x - 2y = -3 \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)\right]$

**121** $\begin{cases} y = 6 - 3x \\ y - 2x = -4 \end{cases}$ $[(2; 0)]$

**124** $\begin{cases} 3x - 4 = 5y \\ 2y + x = 1 \end{cases}$ $\left[\left(\frac{13}{11}; -\frac{1}{11}\right)\right]$

**125** $\begin{cases} x - \frac{y}{2} = \frac{5}{3} \\ \frac{3}{2}x - \frac{3}{8}y = 1 \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{1}{3}; -4\right)\right]$

**Ricorda come si fa a vedere se un sistema è indeterminato determinato o impossibile (Si lavora sui coefficienti delle equazioni )**

Risolvi i seguenti sistemi. Quando necessario, discuti i sistemi al variare del parametro in $\mathbb{R}$.

**324** $\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-y+z=2 \\ 4x+2y-z=5 \end{cases}$ $[(1; 1; 1)]$

**325** $\begin{cases} 2x+y-3z=1 \\ x+y+4z=4 \\ x+2y=41 \end{cases}$ $[(-17; 29; -2)]$

**326** $\begin{cases} x+y-z=6 \\ x+y=3 \\ x+z=0 \end{cases}$ $[(3; 0; -3)]$

**334** $\begin{cases} 2(x-y)+3(z+2)=24 \\ 5x-y=z+3 \\ 4(y+3x)+4=2z \end{cases}$ $[(1; -2; 4)]$

**335** $\begin{cases} 3(z-x)=y+3(x-3) \\ 2(x+y)-3=z \\ 5x-4(y+z+1)=-4 \end{cases}$ $[(4; 0; 5)]$

**336** $\begin{cases} 2(x-2y+z)=5x+1 \\ 3x-4y=1-4z \\ 5-3x+2y=2(y+z)+2 \end{cases}$ $[(-1; 2; 3)]$

# Radicali.

**Gli studenti risultati insufficienti nella verifica relativa ai radicali svolgeranno integralmente gli esercizi qui riportati.  Come ripasso della teoria è possibile seguire attentamente le seguenti lezioni. Per le lezioni con esercizi provare in autonomia l'esercizio interrompendo la visione del video e guardando in seguito il corretto svolgimento.**

https://www.youtube.com/watch?v=jtoa8IcFzVo

https://www.youtube.com/watch?v=j330pN9wEFs

https://www.youtube.com/watch?v=Ma43KS2TgPw

https://www.youtube.com/watch?v=aoV86jvcOeY

https://www.youtube.com/watch?v=NaHJHghFz6I

https://www.youtube.com/watch?v=3i5XJPi8-a0

**Gli studenti che sono risultati almeno sufficienti nella verifica relativa ai radicali svolgeranno solo un esercizio ogni tre (uno lo fate due li saltate)**

## La semplificazione di radicali

**ESERCIZIO GUIDA**

**93** Semplifichiamo i radicali: a) $\sqrt[9]{64}$; b) $\sqrt[6]{27x^3y^6}$ (con $x \geq 0$).

a) Scriviamo il radicando come potenza: $64 = 2^6$; dividiamo poi per 3 (che è il M.C.D. tra 9 e 6) l'indice di radice e l'esponente del radicando:

$$\sqrt[9]{64} = \sqrt[9]{2^6} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}.$$

b) Scriviamo il radicando come una potenza; l'esponente del radicando è 3, quindi dividiamo per 3 l'indice di radice e l'esponente del radicando:

$$\sqrt[6]{27x^3y^6} = \sqrt[6]{3^3x^3y^6} = \sqrt[6]{(3xy^2)^3} = \sqrt{3xy^2}.$$

**99** $\sqrt[6]{27a^3b^6}$; $\sqrt[10]{32a^5b^5}$.

**100** $\sqrt{a^4b^6}$; $\sqrt{a^2b^4}$; $\sqrt[3]{a^6b^9}$.

**101** $\sqrt[6]{a^2(a^2 - 4a + 4)}$

**102** $\sqrt[9]{a^3 + 8 + 6a^2 + 12a}$

**103** $\sqrt[6]{4a^2b^{12}}$; $\sqrt[10]{4a^4b^2}$.

**104** $\sqrt[6]{\dfrac{1}{9} + a^2 + \dfrac{2}{3}a}$

**105** $\sqrt[4]{\dfrac{4(2b+1)^2}{25}}$

**106** $\sqrt[6]{\dfrac{(a-1)^2}{b^2 + 2b + 1}}$

**107** $\sqrt[6]{\dfrac{4a^2}{c^4}}$; $\sqrt[10]{\dfrac{4a^2b^2}{c^6}}$.

**108** $\sqrt[4]{\dfrac{x^3 - 2x^2}{16x - 32}}$

**109** $\sqrt[6]{\dfrac{x^2 + 2x + 1}{a^2 + 4a + 4}}$

**110** $\sqrt[9]{\dfrac{8a^6}{a^3 + 3a^2 + 3a + 1}}$

**111** $\sqrt{x^2 + \dfrac{a^4}{x^2} + 2a^2}$

**112** $\sqrt[6]{\dfrac{a-1}{(a^2-1)(a+1)^3}}$

**Semplifica, se è possibile, i seguenti radicali dopo aver indicato le condizioni di esistenza.**

**115** $\sqrt[9]{0{,}027}$; $\sqrt[6]{(-2)^4}$; $\sqrt[8]{36}$. $\left[\sqrt[3]{\dfrac{3}{10}}; \sqrt[3]{4}; \sqrt[4]{6}\right]$

**116** $\sqrt[9]{27x^3}$; $\sqrt[8]{\dfrac{4a^2}{x^4}}$. $\left[x \geq 0, \sqrt[3]{3x}; x \neq 0, \sqrt[4]{\dfrac{2|a|}{x^2}}\right]$

**117** $\sqrt[6]{a^3b^6}$; $\sqrt[10]{64x^4y^{10}}$. $[a \geq 0, \sqrt{ab^2}; \sqrt[5]{8x^2|y|^5}]$

**118** $\sqrt[4]{16(a-1)^2}$; $\sqrt[6]{a^2(a+3)^4}$. $[\sqrt{4|a-1|}; \sqrt[3]{|a|(a+3)^2}]$

## La riduzione di radicali allo stesso indice

**ESERCIZIO GUIDA**

**137** Riduciamo allo stesso indice i seguenti radicali, supponendo verificate le C.E.:
a) $\sqrt[4]{2a^2}$, $\sqrt[6]{3ab^3}$, $\sqrt[3]{a^2b^4}$; b) $\sqrt[6]{(a+b)^2}$, $\sqrt{a+b}$, $\sqrt[3]{a+b^2}$.

a) Calcoliamo il minimo indice comune, ossia il m.c.m. fra gli indici: m.c.m.(4, 6, 3) = 12.
Applichiamo la proprietà invariantiva:

$$\sqrt[4]{2a^2} \overset{\cdot 3}{=} \sqrt[12]{(2a^2)^3} = \sqrt[12]{8a^6}; \quad \sqrt[6]{3ab^3} \overset{\cdot 2}{=} \sqrt[12]{(3ab^3)^2} = \sqrt[12]{9a^2b^6}; \quad \sqrt[3]{a^2b^4} \overset{\cdot 4}{=} \sqrt[12]{(a^2b^4)^4} = \sqrt[12]{a^8b^{16}}.$$

b) Calcoliamo il minimo indice comune:

m.c.m.(6, 2, 3) = 6.

Applichiamo la proprietà invariantiva: l'indice del primo radicale è già 6,

$$\sqrt[2]{a+b} \overset{\cdot 3}{=} \sqrt[6]{(a+b)^3},$$

$$\sqrt[3]{a+b^2} \overset{\cdot 2}{=} \sqrt[6]{(a+b^2)^2}.$$

Abbiamo ottenuto tre radicali di indice 6:

$$\sqrt[6]{(a+b)^2}, \quad \sqrt[6]{(a+b)^3}, \quad \sqrt[6]{(a+b^2)^2}.$$

**Riduci allo stesso indice i seguenti radicali. (Qui e in seguito, se non vengono date indicazioni diverse, supponi verificate le C.E.)**

**138** $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[4]{3}$. $[\sqrt[12]{729}; \sqrt[12]{81}; \sqrt[12]{27}]$

**139** $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[6]{5}$. $[\sqrt[6]{4}; \sqrt[6]{27}; \sqrt[6]{5}]$

**140** $\sqrt[12]{52}$, $\sqrt[4]{6}$, $\sqrt[3]{7}$. $[\sqrt[12]{52}; \sqrt[12]{216}; \sqrt[12]{2401}]$

**146** $\sqrt{a+2}$, $\sqrt[3]{a^2+4a+4}$, $\sqrt[4]{(a+2)^3}$. $[\sqrt[12]{(a+2)^6}; \sqrt[12]{(a+2)^8}; \sqrt[12]{(a+2)^9}]$

**147** $\sqrt[5]{\dfrac{x-1}{y+1}}$, $\sqrt{\dfrac{a+b}{3}}$, $\sqrt[10]{\dfrac{z-t}{z+t}}$. $\left[\sqrt[10]{\dfrac{(x-1)^2}{(y+1)^2}}; \sqrt[10]{\dfrac{(a+b)^5}{243}}; \sqrt[10]{\dfrac{z-t}{z+t}}\right]$

# 5. La moltiplicazione e la divisione fra radicali

## La moltiplicazione fra radicali

**ESERCIZIO GUIDA**

**161** Eseguiamo le seguenti moltiplicazioni fra radicali:

a) $\sqrt[3]{\frac{5}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{25}} \cdot \sqrt[3]{\frac{5}{2}}$; b) $\sqrt{\frac{2a}{b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{ab^2}{6}}$ $(a \geq 0, b > 0)$.

a) Poiché **gli indici dei radicali sono uguali**, è sufficiente applicare il teorema del prodotto $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$:

$$\sqrt[3]{\frac{5}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{25}} \cdot \sqrt[3]{\frac{5}{2}} = \sqrt[3]{\frac{\cancel{5}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{25}} \cdot \frac{\cancel{5}}{2}} = \sqrt[3]{\frac{3}{2}}.$$

b) Poiché **i radicali hanno indici diversi**, li riduciamo allo stesso indice:

$$\sqrt{\frac{2a}{b}} = \sqrt[6]{\frac{8a^3}{b^3}} \quad \text{e} \quad \sqrt[3]{\frac{ab^2}{6}} = \sqrt[6]{\frac{a^2b^4}{36}}.$$

$$\sqrt{\frac{2a}{b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{ab^2}{6}} = \sqrt[6]{\frac{8a^3}{b^3}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a^2b^4}{36}} =$$

Il prodotto è un radicale che ha per indice lo stesso indice e per radicando il prodotto dei radicandi:

$$= \sqrt[6]{\frac{{}^{2}\cancel{8}a^3}{\cancel{b^3}} \cdot \frac{a^2 \cdot \cancel{b^4}}{\cancel{36}_{9}}} = \sqrt[6]{\frac{2a^5b}{9}}.$$

**Esegui le seguenti moltiplicazioni fra radicali e semplifica i risultati. Supponi che siano verificate le C.E.**

**162** $\sqrt{48} \cdot \sqrt{3}$; $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9}$; $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$. [12; 3; 8]

**163** $\sqrt[5]{12}\,\sqrt[5]{36}\,\sqrt[5]{18}$; $\sqrt[6]{2}\,\sqrt[6]{8}\,\sqrt[6]{32}$. [6; $\sqrt{8}$]

**164** $\sqrt[6]{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3}$; $\sqrt[4]{7} \cdot \sqrt[6]{7} \cdot \sqrt[3]{7}$. [3; $\sqrt[4]{7^3}$]

## Espressioni con moltiplicazioni e divisioni

**Semplifica le seguenti espressioni contenenti moltiplicazioni e divisioni fra radicali. Supponi i radicandi non negativi.**

**176** $\sqrt{125} : \sqrt{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt{6}$ [30]

**177** $(\sqrt{8} \cdot \sqrt{48}) : (\sqrt{24} \cdot \sqrt{6})$ $\left[\sqrt{\frac{8}{3}}\right]$

**178** $\sqrt[3]{162} : \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[6]{432}\right)$ $[\sqrt[6]{18}]$

**179** $\sqrt[3]{a^6b^7} : \sqrt{ab^2} \cdot \sqrt{a^2b}$ $[\sqrt[6]{a^{15}b^{11}}]$

**181** $\left(\sqrt[4]{\frac{x^5y}{z^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{z}{x^4y}}\right) \cdot \sqrt[4]{\frac{z}{x}}$ [1]

**182** $\sqrt{\frac{x}{y}} : \sqrt{\frac{x^2}{z}} \cdot \sqrt{\frac{y}{x}}$ $\left[\sqrt{\frac{z}{x^2}}\right]$

**183** $\sqrt{\frac{3ab^2}{c}} : \sqrt{\frac{9b^2}{c}} \cdot \sqrt{\frac{a}{3}}$ $\left[\frac{a}{3}\right]$

**187** $\sqrt[3]{\dfrac{1}{x+y}} \cdot \sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}} \cdot \sqrt{\dfrac{x^2-y^2}{x+y}}$ $[\sqrt[6]{x+y}]$

**188** $\sqrt{\dfrac{x-y}{x+y}} \cdot \sqrt{\dfrac{3(x^2-y^2)}{2(x-y)}}$ $\left[\sqrt{\dfrac{3(x-y)}{2}}\right]$

**189** $\sqrt{\dfrac{12(x^2-2ax+a^2)}{5(x+a)^2}} \cdot \sqrt{\dfrac{10(x+a)^4}{4(x-a)}}$ $[\sqrt{6(x-a)(x+a)^2}]$

**190** $\sqrt[4]{\dfrac{2y}{x+y}+1} \cdot \sqrt[8]{\dfrac{x+3y}{2x+2y}} : \sqrt{\dfrac{x+3y}{x+y}} : \sqrt[8]{x+y}$ $\left[\sqrt[8]{\dfrac{1}{2(x+3y)}}\right]$

**191** $\sqrt{\dfrac{b^2-b-2}{b^2-1}} \cdot \sqrt[3]{\dfrac{b+1}{b+2}} : \sqrt[6]{\dfrac{b+1}{b^2-4}}$ $\left[\sqrt[6]{\dfrac{(b-2)^4(b+1)}{(b-1)^3(b+2)}}\right]$

## Il trasporto di un fattore fuori dal segno di radice

**ESERCIZIO GUIDA**

**192** Trasportiamo fuori dal segno di radice tutti i fattori possibili nei seguenti radicali:

a) $\sqrt[3]{24}$; b) $\sqrt[4]{2^9}$; c) $\sqrt{\dfrac{3}{16}}$; d) $\sqrt{9a^8b}$ $(b \geq 0)$; e) $\sqrt[3]{a^5+3a^4+3a^3+a^2}$ $(a \geq -1)$.

a) $\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{8 \cdot 3} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3} = 2 \cdot \sqrt[3]{3}$.

b) $\sqrt[4]{2^9} = \sqrt[4]{2^8 \cdot 2} = \sqrt[4]{2^8} \cdot \sqrt[4]{2} = 2^2 \cdot \sqrt[4]{2} = 4\sqrt[4]{2}$.

c) $\sqrt{\dfrac{3}{16}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{16}} = \dfrac{\sqrt{3}}{4} = \dfrac{1}{4}\sqrt{3}$.

d) $\sqrt{9a^8b} = \sqrt{3^2 \cdot a^8 \cdot b} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{a^8} \cdot \sqrt{b} = 3 \cdot a^4 \cdot \sqrt{b}$.

e) Raccogliamo $a^2$ e riconosciamo il cubo di un binomio:

$$\sqrt[3]{a^5+3a^4+3a^3+a^2} = \sqrt[3]{a^2(a^3+3a^2+3a+1)} = \sqrt[3]{a^2(a+1)^3} = \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{(a+1)^3}$$

Poiché per ipotesi $a \geq -1$, il fattore $(a+1)$ non è negativo:

$= (a+1) \cdot \sqrt[3]{a^2}$.

**Trasporta fuori dal segno di radice tutti i fattori possibili supponendo che non siano negativi.**

**193** $\sqrt{18}$; $\sqrt{12}$; $\sqrt[3]{54}$; $\sqrt[3]{40}$. $[3\sqrt{2}; 2\sqrt{3}; 3\sqrt[3]{2}; 2\sqrt[3]{5}]$

**194** $\sqrt{\dfrac{16}{3}}$; $\sqrt{\dfrac{5}{4}}$; $\sqrt[3]{\dfrac{2}{27}}$; $\sqrt[3]{\dfrac{8}{5}}$. $\left[4 \cdot \sqrt{\dfrac{1}{3}}; \dfrac{1}{2}\sqrt{5}; \dfrac{1}{3}\sqrt[3]{2}; 2\sqrt[3]{\dfrac{1}{5}}\right]$

200 $\sqrt[3]{a^3+3a^2+3a+1}$; $\sqrt[3]{a^6(x-y)^3}$; $\sqrt[3]{3b^6}$. $[a+1; a^2(x-y); b^2\sqrt[3]{3}]$

201 $\sqrt{x^2+x^2y}$; $\sqrt{4+4b^2}$; $\sqrt{x^2y-3x^2}$. $[x\sqrt{1+y}; 2\sqrt{1+b^2}; x\sqrt{y-3}]$

202 $\sqrt{x^6-2x^3b^3+b^6}$; $\sqrt{\dfrac{3a^2-18a+27}{9b^2x}}$. $\left[x^3-b^3; \dfrac{a-3}{b}\sqrt{\dfrac{1}{3x}}\right]$

203 $\sqrt[4]{\dfrac{a+3}{(a-3)^5}}$; $\sqrt{8(x^5-6x^4+9x^3)}$. $\left[\dfrac{1}{a-3}\sqrt[4]{\dfrac{a+3}{a-3}}; 2x(x-3)\sqrt{2x}\right]$

204 $\sqrt[3]{\dfrac{4}{27}a^3b^6}$; $\sqrt[4]{(a^2-1)(a-1)^3}$. $\left[\dfrac{1}{3}ab^2\sqrt[3]{4}; (a-1)\sqrt[4]{a+1}\right]$

205 $\sqrt{4x-12b}$; $\sqrt[4]{b^4+b^4x}$; $\sqrt[3]{(2-x)^2a^6b}$. $[2\sqrt{x-3b}; b\sqrt[4]{1+x}; a^2\sqrt[3]{(2-x)^2b}]$

206 $\sqrt{a^2-\dfrac{1}{9}}$; $\sqrt{\dfrac{7a}{25b^2}}$; $\sqrt[4]{x^4+x^4b^2}$. $\left[\dfrac{1}{3}\sqrt{9a^2-1}; \dfrac{1}{5b}\sqrt{7a}; x\sqrt[4]{1+b^2}\right]$

207 $\sqrt{\dfrac{a^5x^3}{48}}$; $\sqrt[3]{\dfrac{a^4(x-1)^5}{27}}$. $\left[\dfrac{a^2x}{4}\sqrt{\dfrac{ax}{3}}; \dfrac{a(x-1)}{3}\sqrt[3]{a(x-1)^2}\right]$

208 $\sqrt[3]{\dfrac{54(2x+1)^4}{(x+3)^5}}$; $\sqrt{\dfrac{(x+2)^5x^3}{27}}$. $\left[\dfrac{3(2x+1)}{x+3}\sqrt[3]{\dfrac{2(2x+1)}{(x+3)^2}}; \dfrac{x(x+2)^2}{3}\sqrt{\dfrac{(x+2)x}{3}}\right]$

## Fattori trasportati fuori dal segno di radice e discussione

**ESERCIZIO GUIDA**

212 Trasportiamo fuori dal segno di radice tutti i fattori possibili nei seguenti radicali:
a) $\sqrt{a^6b}$; b) $\sqrt[3]{125a^3b}$; c) $\sqrt[3]{8a^3b^9c^2}$; d) $\sqrt{2a^2-4a+2}$.

**Trasporta fuori dal segno di radice tutti i fattori possibili.**

220 $\sqrt{16b^4c}$; $\sqrt[3]{27a^2b^{12}x^6}$; $\sqrt[3]{12x^3y^2}$. $[4b^2\sqrt{c}; 3b^4x^2\sqrt[3]{a^2}; x\sqrt[3]{12y^2}]$

221 $\sqrt{(a^2-2a+1)b}$; $\sqrt[3]{6x^2y^3c^6}$; $\sqrt[5]{10x^5y^4}$. $[|a-1|\sqrt{b}; yc^2\sqrt[3]{6x^2}; x\sqrt[5]{10y^4}]$

222 $\sqrt[4]{16b^4c}$; $\sqrt[3]{64x^2b^6y^9}$; $\sqrt{81x^4y^6}$. $[2|b|\sqrt[4]{c}; 4b^2y^3\sqrt[3]{x^2}; 9x^2|y|^3]$

223 $\sqrt{12a^2+a^2x}$; $\sqrt[3]{15x^3+x^5}$. $[|a|\sqrt{12+x}; x\sqrt[3]{15+x^2}]$

224 $\sqrt{4x^2c}$; $\sqrt[3]{81x^6y^{12}c^2}$. $[2|x|\sqrt{c}; 3x^2y^4\sqrt[3]{3c^2}]$

225 $\sqrt{a^2b^2+4b^2}$; $\sqrt[3]{ab^3-b^4}$. $[|b|\sqrt{a^2+4}; |b|\sqrt[3]{|a-b|}]$

226 $\sqrt{a^2b+b^2a^2}$; $\sqrt[3]{27a^3+27}$. $[|a|\sqrt{b+b^2}; 3\sqrt[3]{a^3+1}]$

# 7. L'addizione e la sottrazione di radicali

Calcola le seguenti somme algebriche di radicali. Supponi positivi i radicandi letterali.

**303** $3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-7\sqrt{2}$; $\quad 2\sqrt{3}-\sqrt{3}$. $\quad [\sqrt{2}; \sqrt{3}]$

**304** $6\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{3}+2\sqrt[3]{3}$; $\quad 11\sqrt{5}+6\sqrt{2}-(8\sqrt{5}+3\sqrt{2})$. $\quad [7\sqrt[3]{3}; 3(\sqrt{5}+\sqrt{2})]$

Semplifica le seguenti espressioni, supponendo verificate le C.E. (Negli esercizi in cui non sono poste condizioni sulle espressioni letterali, supponi che i fattori che compongono i radicandi siano non negativi.)

**351** $\sqrt{b^3}-\sqrt{b}$ $\quad [(b-1)\cdot\sqrt{b}]$

**352** $\sqrt[5]{a^2b}:\sqrt[10]{2a}\cdot\sqrt[2]{3ab}$ $\quad \left[\sqrt[10]{\dfrac{243a^8b^7}{2}}\right]$

**353** $\sqrt{a^3}-\sqrt{b^3}+2\sqrt{a}+\sqrt{b}$ $\quad [(a+2)\sqrt{a}+(1-b)\sqrt{b}]$

**354** $3\sqrt{x}-\dfrac{2}{3}\sqrt{x}+\sqrt{y}-\dfrac{7}{3}\sqrt{x}$ $\quad [\sqrt{y}]$

**355** $\dfrac{1}{2}\sqrt{a}-\dfrac{4}{5}\sqrt{b}-\sqrt{a}+0{,}4\cdot\sqrt{b}$ $\quad \left[-\dfrac{1}{2}\sqrt{a}-\dfrac{2}{5}\sqrt{b}\right]$

**356** $\sqrt[4]{162}-\sqrt[4]{32}+5\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{54}+\sqrt[3]{250}$ $\quad [\sqrt[4]{2}+12\sqrt[3]{2}]$

**357** $(4+\sqrt{2})^2-(2\sqrt{2}-1)^2-3(4\sqrt{2}+2)$ $\quad [3]$

**372** $\sqrt[6]{\dfrac{x^2}{x+y}}\cdot\sqrt[6]{\dfrac{(x+y)^3}{y^2}}:\left(\sqrt[3]{\dfrac{x(x+y)}{y}}\cdot\sqrt[4]{\dfrac{x}{y(x+y)}}\right):\sqrt[4]{\dfrac{1}{x}}$ $\quad [\sqrt[4]{y(x+y)}]$

**373** $\dfrac{y\sqrt{x}}{x+y}\sqrt{\dfrac{x^2+xy}{y^2}}-\sqrt{\dfrac{x}{x+y}}\cdot\dfrac{\sqrt{x^2y+y^3+2xy^2}}{\sqrt{xy}}$ $\quad \left[-\dfrac{y}{\sqrt{x+y}}\right]$

**374** $\sqrt{\dfrac{a+b}{a-b}-\dfrac{a-b}{a+b}}:\sqrt{\dfrac{a-b}{a+b}-1}\cdot\sqrt[6]{\dfrac{(b-a)^2}{2a}}$ $\quad \left[\sqrt[6]{\dfrac{4a^2}{b-a}}\right]$

**375** $\sqrt{\dfrac{1}{5a}+\dfrac{1}{25a^2}}+\sqrt{\dfrac{25a^2-1}{20a^3-4a^2}}-\sqrt{\dfrac{5a+1}{100a^2}}$ $\quad (a>0)$ $\quad \left[\dfrac{3}{5a}\sqrt{5a+1}\right]$

**376** $\sqrt[4]{\dfrac{(a^4+b^4)^3}{2^4a^2}}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{a^4+b^4}{a^3+a^2b}}\cdot\sqrt[12]{\dfrac{a^3+a^2b}{a^4+b^4}}$ $\quad (a>0)$ $\quad \left[\dfrac{a^4+b^4}{2a}\sqrt[4]{\dfrac{1}{a+b}}\right]$

## 8. La razionalizzazione del denominatore di una frazione

Razionalizza i denominatori delle seguenti frazioni.

**431** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$; $\quad \dfrac{3}{\sqrt{27}}$; $\quad \dfrac{2}{\sqrt{3}}$. $\quad \left[\dfrac{\sqrt{2}}{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{3}; \dfrac{2}{3}\sqrt{3}\right]$

**432** $\dfrac{20}{\sqrt{10}}$; $\quad \dfrac{5}{\sqrt{2}}$; $\quad \dfrac{6}{\sqrt{8}}$. $\quad \left[2\sqrt{10}; \dfrac{5}{2}\sqrt{2}; \dfrac{3}{2}\sqrt{2}\right]$

**433** $\dfrac{1}{4\sqrt{2}}$; $\quad \dfrac{3+\sqrt{3}}{5\sqrt{3}}$; $\quad \dfrac{7}{2\sqrt{7}}$. $\quad \left[\dfrac{\sqrt{2}}{8}; \dfrac{\sqrt{3}+1}{5}; \dfrac{\sqrt{7}}{2}\right]$

**434** $\dfrac{4}{\sqrt[3]{4}}$; $\quad \dfrac{2}{\sqrt[3]{6}}$; $\quad \dfrac{12}{\sqrt[5]{8}}$. $\quad \left[2\sqrt[3]{2}; \dfrac{\sqrt[3]{36}}{3}; 6\sqrt[5]{4}\right]$

**441** $\frac{xy}{\sqrt[3]{xy^2}}$; $\frac{2ab}{\sqrt[5]{a^4b^2}}$; $\frac{4x^2y}{\sqrt[7]{8x^5y^2}}$. $[\sqrt[3]{x^2y}; 2\sqrt[5]{ab^3}; 2x\sqrt[7]{16x^2y^5}]$

**442** $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$; $\frac{3}{\sqrt{7}+1}$; $\frac{5}{\sqrt{6}-1}$. $\left[\sqrt{2}+1; \frac{\sqrt{7}-1}{2}; \sqrt{6}+1\right]$

**443** $\frac{4}{\sqrt{5}+1}$; $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$; $\frac{10}{\sqrt{3}-1}$. $[\sqrt{5}-1; \sqrt{5}+\sqrt{2}; 5(\sqrt{3}+1)]$

**444** $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$; $\frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$; $\frac{x^2-4y}{x-2\sqrt{y}}$. $\left[\sqrt{x}-\sqrt{y}; \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}; x+2\sqrt{y}\right]$

## EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

**Risolvi le seguenti equazioni.**

**49** $6x^2+13x+7=0$ $\left[-1, -\frac{7}{6}\right]$

**50** $4x^2-8x+3=0$ $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$

**51** $x^2-2x-3=0$ $[-1, 3]$

**52** $9x^2-12x+4=0$ $\left[\frac{2}{3} \text{ doppia}\right]$

**53** $x^2+3x-10=0$; $12x^2+x-6=0$. $\left[-5, 2; -\frac{3}{4}, \frac{2}{3}\right]$

**54** $2x^2-3x+20=0$; $6x^2+13x+8=0$. [impossibile; impossibile]

**55** $x^2-4x-32=0$; $x^2+x+\frac{2}{9}=0$. $\left[-4, 8; -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right]$

**56** $x^2+3x-4=0$; $x^2-\frac{5}{3}x+\frac{25}{36}=0$. $\left[-4, 1; \frac{5}{6} \text{ doppia}\right]$

**57** $x^2-3x+2=0$; $x^2-9x+33=0$. [1, 2; impossibile]

**58** $x^2-\sqrt{2}x-4=0$; $x^2-4\sqrt{3}x-36=0$. $[-\sqrt{2}, 2\sqrt{2}; -2\sqrt{3}, 6\sqrt{3}]$

**59** $x^2-4\sqrt{2}x+6=0$; $x^2-\sqrt{5}x+2=0$. $[\sqrt{2}, 3\sqrt{2};$ impossibile$]$

**60** $5x^2-12x+9=0$; $x^2-7x+\frac{45}{4}=0$. $\left[\text{impossibile}; \frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right]$

**61** $\frac{1}{18}+\frac{3}{4}x+x^2=0$; $x(x-9)=\frac{19}{4}$. $\left[-\frac{1}{12}, -\frac{2}{3}; -\frac{1}{2}, \frac{19}{2}\right]$

**224** $\dfrac{2}{3(x+2)}+\dfrac{2}{x+2}=\dfrac{2}{3x}+\dfrac{1}{3}$ [2 doppia]

**225** $\dfrac{x}{x-2}-\dfrac{4}{x+2}=\dfrac{8}{x^2-4}$ [0; 2 non accettabile]

**226** $\dfrac{x-5}{x+3}+\dfrac{80}{x^2-9}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{x-8}{3-x}$ [impossibile]

**227** $\dfrac{2x}{2x-1}-\dfrac{8x^2+3}{4x^2-1}=\dfrac{3}{2x+1}$ $[0; -1]$

**228** $\dfrac{x}{x-1}+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x-x^2}=\dfrac{x}{x^2-x}$ $[\pm\sqrt{2}]$

**229** $2x+\sqrt{2}=\dfrac{2-\sqrt{2}-2x}{2x+\sqrt{2}}$ $\left[\dfrac{1-\sqrt{2}}{2}; \dfrac{-2-\sqrt{2}}{2}\right]$

**230** $\dfrac{3x-1}{2x+8}-\dfrac{2x-3}{4(x+1)}=\dfrac{13}{40}$ $\left[\dfrac{16}{9}; 1\right]$

**231** $\dfrac{5(x-1)}{x}=\dfrac{3}{x-2}-\dfrac{x-13}{4x-2x^2}$ $\left[\dfrac{11}{5}; \dfrac{3}{2}\right]$

**232** $3\left(1-\dfrac{1}{1+x}\right)=1-\dfrac{1}{1-x^2}$ $\left[0; \dfrac{3}{2}\right]$

**270** $\dfrac{\dfrac{2x}{x+2}-\dfrac{1}{x^2-4}}{\dfrac{2x}{x+2}-\dfrac{2x+1}{x-2}}+x=0$ $\left[\dfrac{-3\pm\sqrt{2}}{7}\right]$

**271** $\dfrac{x-4\sqrt{3}}{\sqrt{3}-x}-\dfrac{x^2-6}{(\sqrt{3}-x)(3\sqrt{3}-x)}=\dfrac{\sqrt{3}\,(\sqrt{3}x-10)}{3\sqrt{3}-x}$ $[0; 6\sqrt{3}]$

**272** $3+\dfrac{1-12x}{4x+6}+\dfrac{10x^2-25x-15}{4x^3-9x}=\dfrac{3}{9-4x^2}$ $\left[-\dfrac{15}{58}; 2\right]$

**273** $\dfrac{\dfrac{1}{2+x}+\dfrac{1}{2-x}}{\dfrac{2}{2-x}-\dfrac{2}{2+x}}-\dfrac{2x}{1+2x}=\dfrac{1-2x}{2x^2+x}$ [impossibile]

**274** $\dfrac{8}{x-1}+\dfrac{2(11x-16)}{x^3-4x^2+5x-2}=\dfrac{6x+10}{x^2-3x+2}-\dfrac{6}{x^2-2x+1}$ $[3; -3]$

**275** $2x+\dfrac{(x-3)^2}{2}-6+\dfrac{2}{3}(4x-5)=\dfrac{(1-x)(x+2)}{3}-\dfrac{1}{6}+2(x-1)$ $[\pm 2]$

**PIANO CARTESIANO E RETTA**

**Anche in questo caso potrebbero essere utili alcuni video di ripasso tratti dallo stesso canale di quelli consigliati per i radicali.**

**24** Verifica che il triangolo $ABC$ di vertici $A(1; -2)$, $B(-1; 2)$, $C(-1; -3)$ è un triangolo rettangolo (è sufficiente verificare che le misure dei lati soddisfano il teorema di Pitagora).

**25** Determina il punto $P$ sull'asse $x$ equidistante da $A(-1; 2)$ e da $B(4; 5)$. $\left[P\left(\frac{18}{5}; 0\right)\right]$

**26** Determina il punto $P$ che ha ordinata uguale all'ascissa ed è equidistante da $A(-3; 1)$ e $B(4; 3)$. $\left[P\left(\frac{5}{6}; \frac{5}{6}\right)\right]$

**Determina le coordinate del punto medio $M$ o dell'estremo incognito del segmento $AB$.**

**36** $A(4; -7)$, $B(8; -7)$.

**37** $A(-3; 2)$, $B(-3; -8)$.

**38** $A(2; 4)$, $M(5; 7)$.

**41** $A\left(\frac{1}{2}; -5\right)$, $B(3; 2)$.

**42** $B(-2; -5)$, $M(1; 3)$.

**43** $A(2; 7)$, $B(6; -3)$.

**69** Del rombo $ABCD$ sono noti i vertici $A(1; 0)$, $B(5; 3)$ e il punto di incontro delle diagonali $M(1; 3)$. Determina le coordinate degli altri vertici $C$ e $D$ e calcola il perimetro del rombo. $[C(1; 6), D(-3; 3); 2p = 20]$

## Dall'equazione al grafico e viceversa

**ESERCIZIO GUIDA**

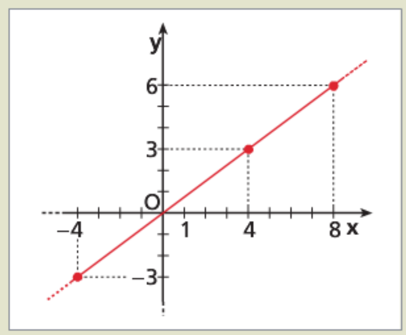
**92** Disegniamo il grafico della retta d'equazione $y = \frac{3}{4}x$.

Per disegnare una retta bastano due punti. Poiché la retta passa per l'origine, è sufficiente determinare un secondo punto. Tuttavia, disegniamone alcuni in più.

Per $x = 4$, $y = \frac{3}{4} \cdot 4 = 3$.

La retta passa per il punto $(4; 3)$. Osserviamo che conviene assegnare a $x$ valori multipli di 4, per evitare di fare calcoli con le frazioni. Per esempio:

per $x = 8$, $y = 6$; per $x = -4$, $y = -3$.




**Disegna le rette rappresentate dalle seguenti equazioni.**

**93** $y = \frac{1}{2}x$; $y = -\frac{2}{3}x$.

**94** $y = \frac{3}{5}x$; $y = -\frac{5}{4}x$.

**96** $y = \frac{3}{8}x$; $y = -\frac{3}{8}x$.

**97** $y = -\frac{1}{3}x$; $y = 3x$.

**Disegna i grafici delle rette rappresentate dalle seguenti equazioni.**

**124** $y = 4x - 3$

**125** $y = -3$

**126** $x = -3$

**130** $y = -3x$

**131** $y = -3x - 2$

**132** $y = -5x + 7$

**136** $y = -\frac{4}{5}x - 2$

**137** $x = \frac{5}{3}$

**138** $y = x + \frac{1}{4}$

**200** Scrivi le equazioni di due rette parallele alla retta di equazione $2y + 5 = 0$ e di due parallele alla retta di equazione $4x - 3 = 0$.

**201** Scrivi le equazioni di due rette perpendicolari alla retta di equazione $y + 2 = 0$ e di due perpendicolari alla retta di equazione $x - 1 = 0$.

**234** Determina per quale valore di $a$ la retta di equazione $(a+2)x + (3a+2)y + 1 = 0$ risulta rispettivamente:

a) parallela alla retta di equazione $x = 5$;

b) parallela alla retta di equazione $y = 3$;

c) perpendicolare alla retta di equazione $y = x$;

d) perpendicolare alla retta di equazione $7x - y - 1 = 0$;

e) parallela alla retta di equazione $3x + 5y - 2 = 0$.

$\left[\text{a) } -\frac{2}{3}\text{; b) } -2\text{; c) } 0\text{; d) } -3\text{; e) } 1\right]$

**292** Tra le rette parallele alla retta di equazione $2x - 8y + 1 = 0$, trova quella che passa per il punto $P(-4; 2)$.

$\left[y = \frac{1}{4}x + 3\right]$

**293** Dati i punti $A(-3; 2)$ e $B(6; -1)$, determina l'equazione dell'asse del segmento $AB$. (Suggerimento. L'asse di un segmento è la retta perpendicolare al segmento nel suo punto medio.) $[y = 3x - 4]$

**294** Scrivi l'equazione dell'asse del segmento di estremi $P(2; -5)$ e $Q(-8; 1)$. $\left[y = \frac{5}{3}x + 3\right]$

**295** Tra le rette parallele a quella di equazione $2x - 6y + 5 = 0$, trova quella:

a) passante per l'origine;

b) passante per $P(2; -9)$;

c) che ha ordinata all'origine 6;

d) passante per il punto medio del segmento di estremi $A(1; -2)$ e $B(-3; 4)$.

$\left[\text{a) } y = \frac{1}{3}x\text{; b) } y = \frac{1}{3}x - \frac{29}{3}\text{; c) } y = \frac{1}{3}x + 6\text{; d) } y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}\right]$

**296** Tra le rette del fascio di centro $P(-2; 4)$, trova la retta:

a) passante per $A(1; -3)$;

b) passante per l'origine;

c) parallela all'asse $x$;

d) perpendicolare alla retta che passa per $B(0; 2)$ e $C(4; 0)$.

$\left[\text{a) } y = -\frac{7}{3}x - \frac{2}{3}\text{; b) } y = -2x\text{; c) } y = 4\text{; d) } y = 2x + 8\right]$

**297** Tra le rette del fascio di centro $P(1; 2)$, determina quella che:

a) passa per l'origine;
b) è parallela alla bisettrice del II e IV quadrante;
c) è perpendicolare alla bisettrice del I e III quadrante;
d) ha coefficiente angolare $\frac{2}{3}$;
e) è parallela all'asse $x$.

$\left[\text{a) } y = 2x; \text{ b) } y = -x + 3; \text{ c) } y = -x + 3; \text{ d) } y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}; \text{ e) } y = 2\right]$

**298** Tra le rette del fascio di equazione $kx + (k + 1)y + 2 = 0$, determina quella che:

a) è perpendicolare alla bisettrice del II e IV quadrante;
b) è parallela alla retta $4y - 3 = 0$;
c) è perpendicolare alla retta $3x - 6y + 1 = 0$;
d) è parallela all'asse $y$.

[a) $x - y - 4 = 0$; b) $y = -2$; c) $y = -2x + 2$; d) $x = 2$]

**315** Scrivi l'equazione della retta che è perpendicolare alla retta passante per $A(-2; -5)$ e $B(3; 1)$ e che passa per il punto $C(2; -3)$.

[$5x + 6y + 8 = 0$]

**316** Fra le rette parallele alla retta $r$ di equazione $x + 2y - 10 = 0$, determina quella che passa per il punto $P(4; -3)$.

[$x + 2y + 2 = 0$]

**317** Scrivi l'equazione della retta passante per i punti $A(-2; -2)$ e $B(6; 10)$. Determina su tale retta un punto $C$ la cui ascissa è la metà dell'ordinata.

[$3x - 2y + 2 = 0$; $C(2; 4)$]

**318** Fra le rette perpendicolari alla retta $s$ di equazione $3x - 6y + 1 = 0$, determina:

a) la retta $a$ che passa per il punto $A(1; 3)$;
b) la retta $b$ che passa per l'origine.

[a) $2x + y - 5 = 0$; b) $2x + y = 0$]

**319** Fra le rette passanti per il punto $P(1; 3)$, determina:

a) l'equazione della retta che interseca l'asse $x$ nel punto $A(2; 0)$;
b) l'equazione della retta che interseca l'asse $y$ nel punto $B(0; -1)$.

[a) $y = -3x + 6$; b) $y = 4x - 1$]

**320** Fra le rette passanti per il punto $Q(-2; 5)$, determina l'equazione della retta parallela alla retta passante per i punti $A(-1; 0)$ e $B(2; -4)$.

$\left[y = -\frac{4}{3}x + \frac{7}{3}\right]$

**321** Scrivi l'equazione della retta $r$ passante per $A(-3; 0)$ e $B(1; 2)$. Determina l'equazione della retta parallela a $r$ passante per $C(1; -4)$ e della retta perpendicolare a $r$ passante per $D(6; 1)$.

[$x - 2y + 3 = 0$; $x - 2y - 9 = 0$; $2x + y - 13 = 0$]

**382** Sono date due rette di equazioni $3x + 4y = 0$ e $5x - 12y = 0$. Come determini le equazioni delle bisettrici degli angoli formati dalle due rette? Dopo averle determinate, osserva le loro equazioni. Come sono fra loro tali bisettrici?

$\left[y = 8x, y = -\frac{1}{8}x; \text{ perpendicolari}\right]$

**383** Dato il quadrilatero di vertici $A(1; 1)$, $B(9; 7)$, $C(12; 3)$, $D(0; -6)$, verifica che è un trapezio e che il segmento che congiunge i punti medi dei lati obliqui è parallelo alle due basi e congruente alla loro semisomma.

**384** Verifica che il quadrilatero di vertici $A(-3; 0)$, $B(-1; 4)$, $C(5; 1)$, $D(3; -3)$ è un parallelogramma. Determina le misure dei lati e il punto di incontro delle diagonali.

$\left[\sqrt{20}; \sqrt{45}; \left(1; \frac{1}{2}\right)\right]$