

Classe **1BSA**

DISCIPLINA **MATEMATICA**

DOCENTE **Monica Brughera**

Libro di testo utilizzato Titolo: Tutti i colori della Matematica (edizione blu), vol. 1

Autori: L. Sasso, C. Zanone

Casa Editrice: DEASCUOLA/ Petrini

PROGRAMMA SVOLTO

I NUMERI E I FONDAMENTI DELLA MATEMATICA

- Numeri naturali e numeri interi: operazioni, proprietà, espressioni.
- Numeri razionali e introduzione ai numeri reali: operazioni, proprietà, espressioni, numeri decimali e frazioni generatrici, proporzioni e percentuali, numeri irrazionali.
- Insiemi: definizioni, rappresentazioni, operazioni tra insiemi, insiemi come modello per risolvere problemi.
- Logica: proposizioni, enunciati aperti, connettivi logici (o, e, non, se, se e solo se), tabelle di verità, quantificatori e predicati.

INTRODUZIONE ALL'ALGEBRA

- Monomi: definizioni ed operazioni, massimo comune divisore e minimo comune multiplo.
- Polinomi: definizioni, classificazioni, operazioni tra polinomi, prodotti.
- Notevoli (somma per differenza, quadrato di binomio, quadrato di trinomio, cubo di binomio), problemi risolvibili con polinomi.

DIVISIONE TRA POLINOMI E SCOMPOSIZIONE DI POLINOMI

- Divisione tra polinomi; teorema del resto e di Ruffini.
- Scomposizione di polinomi: raccoglimento totale e parziale, prodotti notevoli, somma e differenza di cubi, trinomio caratteristico, regola di Ruffini, massimo comune divisore e minimo comune multiplo tra polinomi.

FRAZIONI ALGEBRICHE

- Frazioni algebriche: definizione.
- Condizioni di esistenza, semplificazioni.
- Operazioni ed espressioni.

EQUAZIONI E DISEQUAZIONI

- Equazioni: classificazione e principi di equivalenza.
- Equazioni di 1° grado intere numeriche, problemi che hanno come modello un'equazione di 1° grado intera.

- Equazioni di 1° grado frazionarie numeriche e frazionarie letterali.
- Equazioni di grado superiore al secondo scomponibili in fattori di primo grado.
- Disequazioni: classificazione e principi di equivalenza.
- Disequazioni di 1° grado intere numeriche.
- Disequazioni di primo grado frazionarie.
- Sistemi di disequazioni.

GEOMETRIA EUCLIDEA

- Piano euclideo, congruenza e misura: concetti primitivi, assiomi, definizioni; congruenza tra segmenti ed angoli.
- Congruenza nei triangoli: criteri di congruenza, teoremi sui triangoli isosceli, disuguaglianze nei triangoli.
- Rette perpendicolari e parallele, criteri di parallelismo, proprietà degli angoli nei triangoli, congruenza e triangoli rettangoli.
- Quadrilateri e "piccolo" teorema di Talete; trapezi; parallelogrammi, rettangoli, rombi e quadrati; il piccolo teorema di Talete.

COMPITI ESTIVI DI MATEMATICA

I compiti estivi da svolgere verranno anche messe su classroom.

A settembre dopo la prima settimana di ripasso ci sarà una verifica su tutto il programma di prima, con esercizi presi dai compiti proposti.

Indicazioni sul metodo:

- individuare gli argomenti nei quali la preparazione è lacunosa o comunque incerta;
- formulare un programma di ripasso, distribuendo uniformemente il lavoro nell'arco dei mesi
- estivi;
- rivedere la teoria relativa agli argomenti, prima di eseguire gli esercizi;
- rivedere gli esercizi del libro già svolti in classe su tali argomenti.

COMPITI ESTIVI DI MATEMATICA 1[^]BSA 2023/2024

- Scomponi i seguenti polinomi:
 - $4a^2 - 2a + 6ab - 3b =$
 - $x^2y + y - x^2 - 1 =$
 - $2x^2 - 8 =$
 - $x^6y^2 - 1 =$
 - $2x^4 - 32 =$
 - $(xy - 1)^2 - 4 =$
 - $4a^2 + 4 - 12a =$
 - $\frac{1}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 4 =$
 - $x^3 + 9x + 6x^2 =$
 - $a^2 + b^2 + 16 - 2ab - 8a + 8b =$
 - $1 - x^6 - 3x^2 + 3x^4 =$

$$l) 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8 =$$

$$m) 9x^2 - 16 + 8y - y^2 =$$

$$n) 8 + x^9 =$$

$$o) 27a^3 - \frac{1}{8}b^3 =$$

$$p) x^3 - x^2 - 2x =$$

$$q) x^2 + 3xy + 2y^2 =$$

$$r) a^2 + 5ab - 6b^2 =$$

$$s) 3a^2 + a - 10 =$$

$$t) 2x^2 + x - 3 =$$

$$u) 3y^2 - 7y - 6 =$$

$$v) x^3 - 5x^2 - 4x + 20 =$$

$$w) y^3 - 4y^2 + y + 6 =$$

$$x) x^5 - x - 2x^4 + 2 =$$

$$y) x^3 - 8 + 5(x^2 + 2x + 4) =$$

2) Esegui le seguenti espressioni tra frazioni algebriche (ricordati le C.E.):

$$a) \frac{4x+3}{x^2+3x} + \frac{x^2+x}{x^2+4x+3} + \frac{2}{x} = \left[\frac{x+3}{x} \right]$$

$$b) \frac{2xb}{x^2-xy+y^2} \cdot \frac{x^3+y^3}{x^2+xy} : 2b^2 = \left[\frac{1}{b} \right]$$

$$c) \left(\frac{1}{x^2+2x+4} + \frac{1}{x^3-8} \right) : \left(\frac{1}{x-2} + 1 \right) \cdot \left(\frac{4}{x} + x + 2 \right) = \left[\frac{1}{x} \right]$$

$$d) \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} + \frac{4}{x^2-1} \right) : \frac{x^2-4}{x^2-3x+2} = \left[\frac{2}{x+1} \right]$$

$$e) \left[\left(\frac{a}{b} - 2 + \frac{b}{a} \right) : \left(\frac{a}{b} + 2 + \frac{b}{a} \right) \right]^{-1} \cdot \left(\frac{2ab}{a^2+b^2+2ab} - 1 \right) = \left[-\frac{1}{2} \right]$$

$$f) \frac{x^{n-2}}{x^{n+2}} \cdot \left(\frac{2}{x^{n+2}} + \frac{x^n}{x^{n-2}} + \frac{8}{x^{2n-4}} \right) = [1]$$

3) Risolvi le seguenti equazioni intere:

$$a) x(x^2 - 2) - (x + 1)^3 = 3x - (3x^2 + 2) \quad \left[x = \frac{1}{8} \right]$$

$$b) (2x - 3)^2 - (2x + 1)(2x - 1) = 10 - 12x \quad [\forall x \in \mathbb{R}]$$

$$c) \frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{4} + \frac{3x-1}{4} = \frac{2x-1}{2} \quad [\nexists x \in \mathbb{R}]$$

$$d) x + 2 - \frac{1}{4}x = \frac{2x-5}{3} + \frac{x+10}{2} - 1 \quad \left[x = -\frac{4}{5} \right]$$

$$e) x - (0, \sqrt{3}x^2 + 1)(0, \sqrt{3}x^2 - 1) + 3x \left[\left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \right)^3 - \frac{2}{9}x(x+2) - \frac{8}{27} \right] = 1 \quad [x = 0]$$

4) Risolvi le seguenti equazioni fratte (ricordati le C.E.):

$$\text{a) } \frac{x+1}{x-1} - \frac{2x-2}{x+1} = \frac{x+1}{1-x} \quad [x = 0]$$

$$\text{b) } \frac{1}{x^2+4x+3} + \frac{1}{9-x^2} = \frac{1}{x^2-2x-3} \quad [x = -7]$$

$$\text{c) } \frac{3x-12}{x^2-16} = 0 \quad [\nexists x \in \mathbb{R}]$$

$$\text{d) } \frac{x-2}{x^3-x} + \frac{1}{x^2-1} = \frac{2}{x^2+x} \quad [\forall x \in \mathbb{R} \ x \neq 0, x \neq \pm 1]$$

$$\text{e) } \frac{1}{x^2+4x+3} = \frac{3}{18-2x^2} + \frac{1}{x^2-2x-3} \quad [\nexists x \in \mathbb{R}]$$

5) Risolvi le seguenti disequazioni intere:

$$\text{a) } (x-1)^3 - (x+1)32x - 2 - 6x^2 + 2(x+1)(x-1) - 2(x-2)^2 \quad [x < 1]$$

$$\text{b) } \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{2}{5}\right) - (x-2)(x+3) < \frac{4}{15} \quad [x > 6]$$

$$\text{c) } \frac{3x-1}{4} + \frac{5-x}{2} \leq x + \frac{2}{3} - \frac{1+2x}{4} + \frac{11}{6} \quad [x \geq 0]$$

$$\text{d) } \frac{1}{2}x + 5 > \frac{3x-4}{2} + 6 - x \quad [\forall x \in \mathbb{R}]$$

$$\text{e) } \frac{3}{2}\left(x + \frac{1}{2}\right) > 2\left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right) \quad [\nexists x \in \mathbb{R}]$$

6) Risolvi le seguenti disequazioni scomponibili in fattori di primo grado:

$$\text{a) } x^3 - x \leq 0 \quad [x \leq -1 \vee 0 \leq x \leq 1]$$

$$\text{b) } x^4 - 2x^3 - 3x^2 > 0 \quad [x < -1 \vee x > 3]$$

$$\text{c) } x^5 - 8x^2 \leq 0 \quad [x \leq 2]$$

$$\text{d) } 3x^5 - 12x^3 \leq 0 \quad [x \leq -2 \vee 0 \leq x \leq 2]$$

$$\text{e) } 3x^2 - 3 - 6x^3 + 6x > 0 \quad \left[x < -1 \vee \frac{1}{2} < x < 1\right]$$

7) Risolvi le seguenti disequazioni fratte:

$$\text{a) } \frac{2-x}{4+x} \geq 0 \quad [-4 < x \leq 2]$$

$$\text{b) } \frac{1-3x}{4x-3} < 0 \quad \left[x < \frac{1}{3} \vee x > \frac{3}{4}\right]$$

$$\text{c) } \frac{2x}{x+1} \leq 0 \quad [-1 < x \leq 0]$$

d) $\frac{22-x}{1-x} \geq 7$	$\left[-\frac{5}{2} < x < 1\right]$
e) $\frac{x-1}{x-2} \geq \frac{3}{4-2x}$	$\left[x \leq -\frac{1}{2} \vee x > 2\right]$
f) $\frac{x-1}{x} + \frac{x+1}{x-1} < 3 - \frac{2}{x^2-x}$	$[x < -1 \vee 0 < x < 1 \vee x > 3]$
g) $\frac{2}{(x+5)^3} \leq 0$	$[x < -5]$
h) $\frac{3}{(x-3)^2} \geq 0$	$[\forall x \in \mathbb{R}; x \neq 3]$
i) $\frac{-8}{(2-8x)^5} \geq 0$	$\left[x > \frac{1}{4}\right]$
j) $-\frac{x^2}{(1-x)^5} < 0$	$[x < 0 \vee 0 < x < 1]$
k) $\frac{x^2(2x+1)^5}{(x-3)^3(x^2+4)} \leq 0$	$\left[-\frac{1}{2} \leq x < 3\right]$

8) Risolvi i seguenti sistemi

a)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - 1 \leq \frac{x+2}{3} \\ x+5 > \frac{x-1}{4} \end{cases} \quad [-7 < x \leq 10]$$

b)
$$\begin{cases} \frac{1-x}{2} - 2x \leq -(1+3x) \\ -3(x+2) - 7 \geq \frac{1+x}{-2} \end{cases} \quad [x \leq 5]$$

c)
$$\begin{cases} 6x+10 < x \\ \frac{x+1}{2} < \frac{1}{3}(x-1) \\ \frac{1}{3}(x-1) > \frac{x}{5} \end{cases} \quad [\nexists x \in \mathbb{R}]$$

d)
$$\begin{cases} 1 - \frac{4x-1}{6} > \frac{1-6x}{3} + \frac{1}{6} \\ \frac{2(x-3)}{3} + \frac{5}{3} \geq \frac{4x-1}{2} \\ 2 - \frac{3-4x}{7} > \frac{x+8}{14} \end{cases} \quad \left[-\frac{1}{2} < x \leq \frac{1}{8}\right]$$

DIMOSTRAZIONI DI GEOMETRIA

- 1) Sia ABC un triangolo isoscele di vertice C. Siano E e F due punti appartenenti rispettivamente ad AC e a BC tali che $CE \cong CF$. Congiungi E con B e F con A; indica, poi, con D il punto di intersezione dei segmenti BE e AF. Dimostra che anche il triangolo ABD è isoscele.
- 2) Si prolunghi la base AB di un triangolo isoscele ABC dalla parte di A di un segmento AD e dalla parte di B di un segmento $BE \cong AD$. Si prolunghino poi i lati AC e CB, dalla parte di C, rispettivamente di due segmenti congruenti CH e CK. Si dimostri che $DH \cong KE$.
- 3) Se in due triangoli sono ordinatamente congruenti due coppie di lati e la mediana relativa ad uno di essi, allora i due triangoli sono congruenti.
- 4) Dimostrare che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti l'altezza e la mediana relativa all'ipotenusa.
- 5) E' dato il triangolo OAB; si prolunghi OB di un segmento OE congruente e a OB, e si prolunghi OA di un segmento OF congruente a OA. Dimostrare che AB è parallelo a FE.
- 6) Sulla bisettrice di un angolo acuto aOb considera un punto P e traccia l'asse del segmento OP. Detti R e Q i punti in cui tale asse interseca rispettivamente le semirette a e b, dimostra che ORP Q è un parallelogramma.
- 7) Dato un parallelogramma ABCD prolungare la diagonale BD di due segmenti DE e BF tra loro congruenti. Dimostrare che i triangoli ABF e CDE sono congruenti e che AFCE è un parallelogramma.
- 8) Dato il parallelogramma ABCD, si prolunghi il lato minore CB di un segmento BP in modo che risulti $CP \cong CD$. Detto poi Q il punto di intersezione delle rette AB e PD si dimostri che $AD \cong AQ$ e la semiretta DP è bisettrice dell'angolo ADC.
- 9) Sia ABCD un quadrilatero avente le diagonali perpendicolari non congruenti. Dimostrare che il quadrilatero avente per vertici i punti medi dei lati di ABCD è un rettangolo.
- 10) Considera un quadrato ABCD e un punto P sul lato AB. Traccia la retta passante per P e perpendicolare a CP e indica con Q il suo punto di intersezione con il lato AD del quadrato. *Dimostra* che:
 - a) PB è congruente ad AQ
 - b) indica con O il punto di intersezione delle diagonali del quadrato e dimostra che l'angolo è retto.