Anno Scolastico 2015 – 2016

Classe 1 ^ AS

Prof. Elena Nobili

- **PROGRAMMA DI MATEMATICA**

  - **Unità 1 - Numeri naturali e numeri interi**
    L'insieme N. Le operazioni in n. Potenze ed espressioni in N. Multipli e divisori. L'insieme Z. Le operazioni in Z. Potenze ed espressioni in Z. introduzione al problem solving e problemi in e in Z.
  - **Unità 2 - Numeri razionali e introduzione ai numeri reali**
    Le frazioni. il calcolo con le frazioni. Rappresentazioni di frazioni tramite numeri decimali. rapporti, proporzioni e percentuali. L'insieme Q dei numeri razionali. Le operazioni in Q. Le potenze in Q. Notazione scientifica ed ordine di grandezza. Introduzione ai numeri reali.
  - **Unità 3 - Insiemi e logica**
    Gli insiemi e le loro rappresentazioni, I sottoinsiemi. L'intersezione, l'unione e la differenza fra insiemi. Il prodotto cartesiano. Gli insiemi come modello per risolvere i problemi. La logica.
  - **Unità 4 - Relazioni**
    Il concetto di relazione. La rappresentazione di una relazione. Proprietà delle relazioni.
  - **Unità 5 - I monomi**
    Il calcolo letterale e le espressioni algebriche. addizione, sottrazione, moltiplicazione potenza e divisione di monomi. Massimo comun divisore e minimo comune multiplo tra monomi. Il calcolo letterale e i monomi per risolvere i problemi.
  - **Unità 6 - I polinomi**
    I polinomi e le operazioni fra polinomi. Prodotti notevoli. Il triangolo di Tartaglia e la potenza di un binomio. I polinomi per risolvere i problemi e per dimostrare.
  - **Unità 7 - Divisibilità tra polinomi**
    Introduzione alla divisione nell'insieme dei polinomi. La divisione con resto tra due polinomi. La regola di Ruffini. Il teorema del resto e il teorema di Ruffini.
  - **Unità 8 - Scomposizione di polinomi**
    Introduzione alle scomposizioni e raccoglimenti totali e parziali. Scomposizioni mediante prodotti notevoli. scomposizioni di particolari trinomi di secondo grado. Scomposizione mediante il teorema e la regola di Ruffini. Sintesi sulla scomposizione di un polinomio. Massimo comun divisore e minimo comune multiplo tra polinomi.
  - **Unità 9 - Frazioni algebriche**
    Introduzione alle frazioni algebriche. Semplificazioni di frazioni algebriche. addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, elevamento a potenza e divisioni fra frazioni algebriche.
  - **Unità 10 - Equazioni di primo grado numeriche intere**
    Introduzione alle equazioni. Principi di equivalenza per le equazioni. Equazioni numeriche intere di primo grado. le equazioni e la legge di annullamento del prodotto. Equazioni con espressioni in valore assoluto. Problemi che hanno come modello un'equazione di primo grado.
  - **Unità 11 - Equazioni di primo grado frazionarie e letterali**

Equazioni frazionarie. equazioni letterali. Problemi che hanno come modello equazioni frazionarie o letterali.

- **Unità 12 - Disequazioni di primo grado**
  Introduzione alle disequazioni. Principi di equivalenza per le disequazioni. Disequazioni numeriche intere di primo grado.
  Disequazioni frazionarie. Disequazioni risolubili mediante scomposizione in fattori. Sistemi di disequazioni. Disequazioni con espressioni in valore assoluto. Risoluzione di una disequazione del tipo $|f(x)| < N$ o $|f(x)| > N$.

- **Unità 13 - Funzioni**
  Introduzione alle funzioni. il piano cartesiano e il grafico di una funzione. La funzione di proporzionalità diretta e inversa. Le funzioni lineari. Rappresentazione di una funzione lineare con qualche espressione in modulo.
- **Unità 14 - Piano euclideo**
  Introduzione alla geometria. I concetti primitivi e i primi assiomi della geometria euclidea. Le parti della retta e le poligonali. Semipiani e angoli. Poligoni.
- **Unità 15 - Dalla congruenza alla misura**
  La congruenza. La congruenza e i segmenti. La congruenza e gli angoli. Misure di segmenti. Misure di angoli.
- **Unità 16 - Congruenza nei triangoli**
  Triangoli. Primo e secondo criterio di congruenza. proprietà dei triangoli isosceli. terzo criterio di congruenza. Disuguaglianze nei triangoli.
- **Unità 17 - Rette perpendicolari e parallele**
  Rette perpendicolari. Rette parallele. Criteri di parallelismo. Proprietà degli angoli nei poligoni. Congruenza e triangoli rettangoli.
- **Unità 18 - Quadrilateri**
  Trapezi. Parallelogrammi. Rettangoli, rombi e quadrati. Piccolo teorema di Talete.
- **Unità 19 - Isometrie**
  Trasformazioni geometriche. Isometrie. Simmetrie assiali. Simmetrie centrali. Traslazioni. Rotazioni.

Meda, 11 giugno 2016

➢ LAVORI ESTIVI DI MATEMATICA

Gli studenti con il debito formativo o con il lavoro obbligatorio devono:

- ripassare accuratamente ogni argomento indicato nel programma, curandone la comprensione e la corretta esposizione orale, prima di eseguire i relativi esercizi
- riguardare gli esercizi svolti in classe
- svolgere le verifiche sotto riportate con precisione ed ordine sul quaderno.

Il quaderno con i compiti svolti deve essere consegnato il giorno previsto per la verifica del superamento del debito a settembre.
La prova di matematica sarà costituita da una verifica scritta seguita da una verifica orale.

Gli studenti promossi a giugno alla classe successiva devono

- ripassare tutti gli argomenti indicati nel programma, curandone la comprensione e la corretta esposizione orale
- svolgere tutte o parte delle verifiche sotto riportate in modo da arrivare in seconda senza alcuna lacuna sul programma dell'anno precedente.

1° Prova di verifica: Numeri naturali e numeri interi

Individua la risposta esatta, motivando la tua scelta.

1. Nell'espressione $30 + 4 + 11 = 34 + 11 = 30 + 15$ è stata utilizzata la proprietà:
   - **a.** distributiva dell'addizione
   - **b.** associativa dell'addizione
   - **c.** commutativa dell'addizione
   - **d.** distributiva dell'addizione rispetto alla moltiplicazione
   - **e.** l'espressione non è corretta

2. Nell'espressione $(2)^3 \cdot (3)^3 = (6)^3$ è stata utilizzata la proprietà:
   - **a.** distributiva della moltiplicazione rispetto all'elevamento a potenza
   - **b.** distributiva dell'elevamento a potenza rispetto alla moltiplicazione
   - **c.** associativa dell'elevamento a potenza
   - **d.** associativa della moltiplicazione rispetto all'elevamento a potenza
   - **e.** la scrittura non è corretta

3. Nell'espressione $3^4 + 3^5 = 3^9$ è stata utilizzata la proprietà:
   - **a.** riguardante la somma di potenze con la stessa base
   - **b.** commutativa delle potenze
   - **c.** riguardante il prodotto di potenze con la stessa base
   - **d.** distributiva dell'addizione rispetto all'elevamento a potenza
   - **e.** la scrittura non è corretta

4. Nell'espressione $3 \cdot (4 + 7 + 5 + 3) = 12 + 21 + 15 + 9$ è stata utilizzata la proprietà:
   - **a.** associativa della moltiplicazione
   - **b.** associativa dell'addizione
   - **c.** distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione
   - **d.** distributiva dell'addizione rispetto alla moltiplicazione
   - **e.** la scrittura non è corretta

5. La seguente scrittura

   $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$ per ogni $x \in N$

   esprime la:

   - **a.** legge di annullamento del prodotto
   - **b.** esistenza dell'elemento inverso per la moltiplicazione
   - **c.** esistenza dell'elemento neutro per la moltiplicazione
   - **d.** proprietà commutativa della moltiplicazione
   - **e.** la scrittura non è corretta

Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:

6. se n è un numero intero, allora $2(n + 1)^3$ è sicuramente positivo **V F**
7. $(|-5|)^2 = (-5)^2$ **V F**
8. il più piccolo numero naturale maggiore di 1000 divisibile per 11 e per 5 è 1045 **V F**

9. $2^5 \cdot 3^4 \cdot 5^6 > 2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^4 > 2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^5$ **V F**
10. $2013^{2013} - 3$ è un multiplo di 10 **V F**
11. il numero $2^6 \cdot 5^5 \cdot 10^4$ ha 9 cifre **V F**
12. $(-10)^{40} < (-10)^{41}$ **V F**
13. $(-10)^{40} > (-11)^{40}$ **V F**
14. $(-3)^{21} : 3^{18} = 3^{21} : (-3)^{18}$ **V F**
15. $|a| \cdot |b| = |a \cdot b|$, per ogni $a,\ b \in Z$ **V F**

16. Dato il numero naturale 37☐0, determina tutte le possibili cifre da inserire nella casella vuota, in modo che il numero risulti divisibile per:
a. 2 **b.** 3 **c.** 4 **d.** 5 **e.** 9 **f.** 10

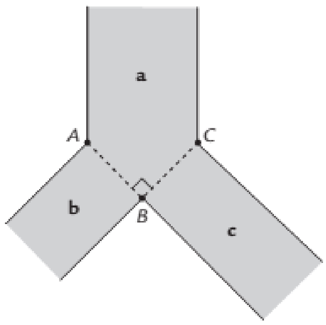
17. L'anno-luce è una misura di lunghezza e si definisce come la distanza che la luce percorre in un anno; sapendo che la luce percorre in un secondo 300 000 km, calcola a quanti km equivale un anno-luce e scrivi la potenza di 10 più vicina al numero ottenuto.

18. Calcola m.c.m. e M.C.D. per le seguenti serie di numeri:
a. 136, 153, 425 **b.** 196, 224, 336, 392

Semplifica le seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze laddove possibile.

19. $\{(-2)^5 : [(-2)^3 : (-2)^2] \cdot (+2)^5 : [(-2)^7 : (-2)^5] \cdot (-2)^{10} : (+2)^{16}\}^3 : (-2)^2$
20. $-\{[-(-5)^3]^2 (-5)^4 : 5^7 \cdot (-5)^{10}\}[-(-5)^8 : (+5)^3]^6 + [(-5)^{10} : (-5)^5]^8 [-(-5)^3]$
21. $45 \cdot (-27) : (-3) \cdot (-27)^6 : (-3)^6 \cdot [(-81)^2 : 27^2] : (-81)^4 : (-15)$

22. Nella figura sono rappresentate tre strade, **a**, **b** e **c**, che convergono. Si vogliono piantare dei platani su ciascuno dei loro bordi, in modo tale che la distanza tra una pianta e la successiva sia la stessa su ciascun bordo e sia la massima possibile e che, ovviamente, nei punti A, B e C ci sia un albero solo e che le due file di alberi sui bordi di una stessa strada inizino e finiscano insieme. La lunghezza dei tratti di strada da bordare è, rispettivamente, di 420 m per la strada **a**, 360 m per la strada **b** e 540 m per la strada **c**. Sapendo che ogni platano costa 250 euro, calcola la spesa minima che si deve affrontare per la realizzazione del progetto.



23. Anna va dal parrucchiere ogni 12 giorni, Laura ogni 28 giorni e Carla ogni 18 giorni. Sapendo che oggi è il 31 luglio 2013 e che le tre signore sono tutte dal parrucchiere, in quale data si incontreranno nuovamente tutte e tre?

24. Il signor Alberto si reca da un venditore di auto usate per vedere che cosa gli può offrire. Il venditore, che ama i giochi matematici, gli propone un cospicuo sconto su di un'auto il cui prezzo è, in euro, pari al numero di cifre che il signor Alberto dovrebbe scrivere per elencare tutti i numeri naturali da 1 a 2013. Qual è il prezzo intero dell'auto?

2° Prova di verifica: Numeri razionali e introduzione ai numeri reali

Individua la risposta esatta, motivando la tua scelta.

1. Per quale proprietà possiamo dire che lo stesso numero razionale può essere rappresentato con infinite frazioni equivalenti?
   a. commutativa della moltiplicazione
   b. associativa della moltiplicazione
   c. associativa della divisione
   d. invariantiva della divisione
   e. distributiva della divisione rispetto all'addizione

2. Una frazione ridotta ai minimi termini che ha denominatore uguale a 15 genera:
   a. un numero intero
   b. un numero decimale limitato
   c. un numero decimale illimitato periodico semplice
   d. un numero decimale illimitato periodico misto
   e. un numero decimale illimitato non periodico

3. Quale fra le seguenti condizioni è necessaria per dire che l'insieme dei numeri razionali Q è denso?
   a. È un insieme con infiniti elementi
   b. La divisione gode della proprietà invariantiva
   c. È un insieme ordinato
   d. I suoi elementi si possono rappresentare su di una retta
   e. È chiuso rispetto alla moltiplicazione

4. Se dividiamo $-\frac{4}{5}$ per l'opposto del reciproco di $\frac{8}{25}$ otteniamo:
   a. $\frac{5}{2}$
   b. $-\frac{5}{2}$
   c. $\frac{2}{5}$
   d. un numero positivo, minore di 1, decimale limitato
   e. un numero negativo

5. La seguente scrittura
   $x:0 = 0:x = 0$ per ogni $x \in Q$

   esprime:

   a. la legge di annullamento del prodotto
   b. la legge di annullamento del quoziente
   c. l'esistenza dell'elemento neutro per la moltiplicazione
   d. l'esistenza dell'elemento neutro per la divisione
   e. la scrittura non è corretta

Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:

6. due numeri razionali si possono sempre confrontare **V F**
7. $0{,}4\overline{9} = 0{,}5$ **V F**
8. per trovare il 10% di un numero è sufficiente moltiplicarlo per 0,9 **V F**
9. $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} > 1 > \left(-\frac{3}{4}\right)^{2}$ **V F**
10. moltiplicando una frazione propria per una impropria si ottiene comunque una frazione impropria **V F**
11. l'operazione 0 : 0 potrebbe dare luogo a infiniti risultati diversi **V F**
12. $\left(-\frac{1}{10}\right)^{20} < (-10)^{21}$ **V F**
13. $\left(-\frac{1}{10}\right)^{20} > \left(-\frac{1}{11}\right)^{20}$ **V F**
14. $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-5} : \left(\frac{3}{5}\right)^{2} = \left(\frac{3}{5}\right)^{5} : \left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}$ **V F**
15. $0,\overline{12} : 0,\overline{2} = 0,\overline{6}$ **V F**

16. Dopo aver ridotto ai minimi termini le seguenti frazioni e averle ordinate su di una retta orientata, indica per ciascuna di esse che tipo di numero decimale genera:
$$-\frac{30}{225},\quad -\frac{56}{40},\quad \frac{25}{200},\quad -\frac{94}{47},\quad \frac{99}{44},\quad \frac{65}{39}.$$

17. Per ognuno dei seguenti numeri scritti in forma decimale, determina la frazione generatrice, ridotta ai minimi termini:
   - **a.** $1{,}0\overline{3}$
   - **b.** $0,\overline{35}$
   - **c.** $-13,\overline{21}$
   - **d.** $0{,}1\overline{07}$
   - **e.** $3{,}125$

Semplifica le seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze laddove possibile.

18. $-\left(1+\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right):\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{5}-\frac{5}{4}-\frac{3}{20}\right):\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)^{-1}+\left(-\frac{3}{5}\right)^{6}:\left(-\frac{3}{5}\right)^{5}$

19. $\left\{\dfrac{5^3\cdot 5^{-20}:5^{-7}\cdot\left[\left(-\frac{1}{5}\right)^{-10}\right]^{-1}}{\left[\left(-\frac{1}{5}\right)^{-8}:\left(+\frac{1}{5}\right)^{-3}\right]^{-6}\left(+\frac{1}{5}\right)^{-4}:\left(+\frac{1}{5}\right)^{7}}\right\}^{-3}$

20. $\frac{15}{7}\cdot\left[\frac{2}{15}+\dfrac{\left(\frac{1}{9}-0{,}3\overline{2}\right):0,\overline{19}+0{,}16}{\frac{6}{5}\cdot 0{,}5\cdot 0,\overline{5}-\frac{24}{25}}\right]$

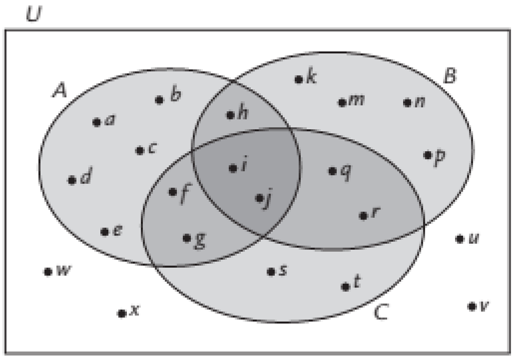
21. Un commerciante poco onesto vuole definire il prezzo di un cappotto per i saldi in modo tale che il suo incasso dalla vendita risulti di 280 euro. Che prezzo indicherà sul cartellino se dichiara di applicare uno sconto del 30%?

22. Un oste ha a disposizione una certa quantità di vino, espressa in litri, di cui vende i $\frac{2}{5}$ il sabato sera, $\frac{1}{3}$ il giorno dopo e $\frac{1}{6}$ il lunedì. Sapendo che alla fine dei tre giorni gli rimangono 14 l di vino, quanto ne aveva a disposizione all'inizio?

23. La massa di un grande albero è stimata intorno a 52 tonnellate e si sa che la percentuale di carbonio in esso contenuta si aggira intorno al 37%. Calcola quanti grammi di carbonio sono contenuti nell'albero, scrivi il risultato in notazione scientifica e indica qual è l'ordine di grandezza del numero ottenuto.

3° Prova di verifica: Insiemi e logica

1. Con riferimento alla figura qui sotto, indica quali tra le seguenti scritture sono vere (V), quali false (F) e quali scorrette (S):

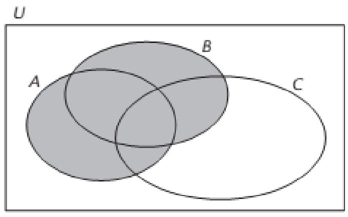


$a \subset A$	
$\{f; g\} \nsubseteq A$	
$q \in B$	
$A \subset C$	
$\{i; f\} \subseteq C$	
$A \cap B = \{h; i; j\}$	
$i \in A \cap B \cap C$	
$A - B - C = \{a; b; c; d; e\}$	
$C - B = \{i; j; q; r\}$	
$w \in \bar{B}$	
$h \in A \cup \bar{B}$	

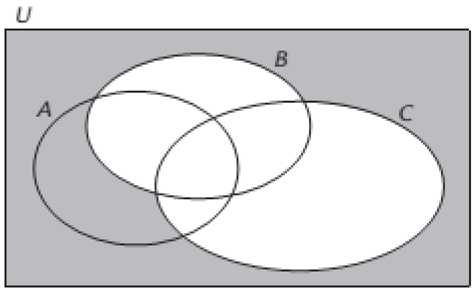
2. Con riferimento alla figura dell'esercizio precedente, scrivi per elencazione i risultati delle seguenti operazioni:
   - **a.** $(A \cup B) \cap C$
   - **b.** $(B - A) \cap C$
   - **c.** $A - (B \cup C)$
   - **d.** $\overline{A \cap B}$
   - **e.** $A \cap B \cap \bar{C}$
   - **f.** $\overline{A \cup B} - C$

3. Con riferimento alla figura dell'esercizio 1, costruisci l'insieme delle parti di $A \cap C$. Quanti elementi ha? Che legame sussiste tra il numero di elementi di un insieme e quello del relativo insieme delle parti?

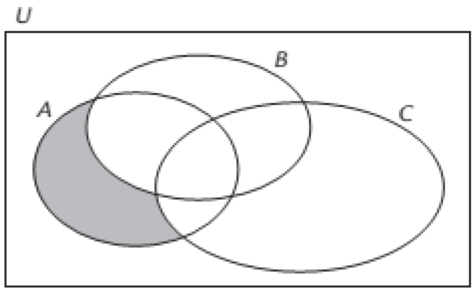
Scrivi a fianco di ciascuna figura l'operazione il cui risultato corrisponde all'insieme evidenziato in grigio.

4. 

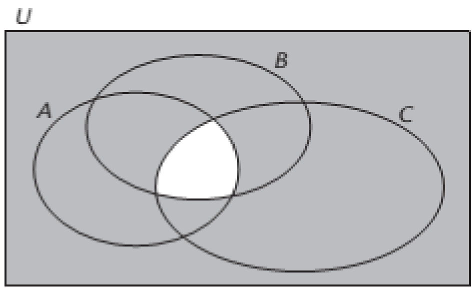
5.



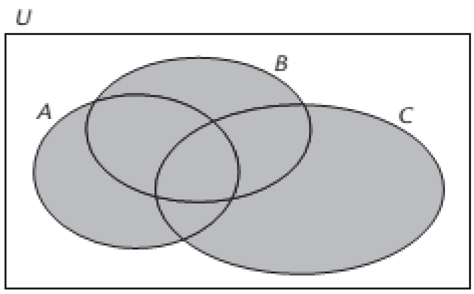
6.



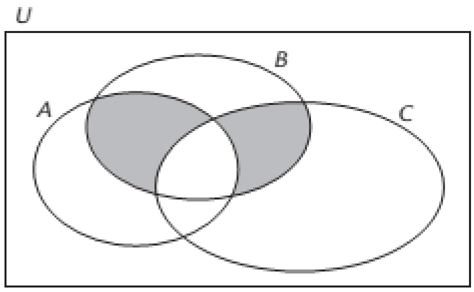
7.



8.



9.



10. Volendo collegare 9 città a due a due, con linee ferroviarie ad alta velocità, quante linee è necessario costruire?

11. In un insieme di 1200 italiani, 450 conoscono almeno il francese (135 di essi esclusivamente il francese), 375 almeno il tedesco (196 di essi solo tale lingua) e 506 esclusivamente l'inglese, 85 persone parlano le tre lingue straniere e 162 parlano sia il francese sia il tedesco. Determina il numero di persone che:

a. parlano almeno l'inglese;
b. non conoscono nessuna delle lingue straniere considerate;
c. parlano francese e inglese ma non tedesco;
d. conoscono l'inglese o il tedesco.

12. Date le seguenti proposizioni semplici:

$a =$ Laura oggi esce

$b =$ Laura oggi va in piscina

$c =$ Laura oggi va in montagna

scrivi per esteso le seguenti proposizioni composte:

a. $\bar{a} \wedge \bar{b}$
b. $b \wedge \bar{c}$
c. $\overline{b \vee c}$
d. $a \rightarrow (b \wedge c)$
e. $\bar{a} \rightarrow (\bar{b} \wedge \bar{c})$

Completa le seguenti frasi utilizzando simboli o parole:

13. $\{x | x \in N \wedge x < 7\}$ ……………………….. $\{5; 4\}$

14. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ indica la proprietà ……………………………………………

15. se $A \subseteq B$ allora $A - B =$ …………………………………………………

16. le operazioni tra insiemi che godono della proprietà commutativa sono ………………………………………..

17. scrivi le leggi di De Morgan …………………………………………………..

18. condizione …………………………………… affinché un numero sia pari è che sia divisibile per 2

19. condizione …………………………………… affinché un numero sia pari è che sia divisibile per 4

20. condizione …………………………………… affinché il prodotto di due numeri sia positivo è che entrambi i numeri siano positivi.

21. la congiunzione tra due proposizioni è vera quando ……………………………………

22. data una proposizione a allora $a \wedge \bar{a}$ è sicuramente ……………………………………

4° Prova di verifica: Monomi

Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:

1. il grado del monomio $5x^6y^3z^2$ è 11 **V F**

2. dividendo un monomio di grado 10 per un monomio di grado 3 si ottiene comunque un monomio di grado 10 **V F**

3. non esistono monomi di grado zero **V F**

4. due monomi simili hanno lo stesso grado **V F**

5. elevando un monomio alla terza il suo grado aumenta di tre **V F**

6. due monomi non nulli sono simili se hanno la stessa parte letterale **V F**

7. nel prodotto di monomi si applica la proprietà che riguarda potenze aventi la stessa base **V F**

8. il monomio $-\frac{2}{5}a^3b^2c^5a^5$ non è ridotto in forma normale **V F**

9. $\frac{a+b^2}{2}c^{-6}$ è un'espressione algebrica frazionaria **V F**

10. il monomio che risulta dall'operazione $\left(-\frac{5}{3}x^2y^3z^4\right):\left(\frac{10}{3}xy^3z^4\right)$ è simile a quello che risulta dall'operazione $\left(\frac{1}{4}a^4b^2x\right):\left(-\frac{1}{8}a^4b^2\right)$ **V F**

11. Usando le lettere a e b, scrivi tutti i possibili diversi monomi di quarto grado con coefficiente $-\frac{1}{7}$. Detto A il loro insieme, esistono in A monomi simili?

12. Dopo aver determinato M.C.D. ed m.c.m., detti rispettivamente M ed m, per ognuno dei seguenti gruppi di monomi, calcola ogni volta il risultato dell'operazione $m : M$.
    a. $\frac{2}{3}x^2y^4z^3;\ \frac{4}{3}x^3yz^4;\ 2xy^5z^5$
    b. $6a^3b^{12}c^5z;\ 4a^2b^5c^6z^3;\ 3a^6b^2z^4$
    c. $x^{n-2}y^2;\ 3x^ny^4;\ 2x^{n-2}y^3$ con $n \in N$ ed $n \geq 2$

Semplifica le seguenti espressioni contenenti monomi:

13. $-\frac{1}{3}x^3y^2(-6x^2)+3x^2y\left(-\frac{2}{3}x^3y\right)+(5x^8y^4):\left(-\frac{25}{2}x^3y^3\right)$

14. $\left\{\left[\left(\frac{4}{9}x^3y^2\right)^2\right]^2\right\}^3:\left\{\left[\left(-\frac{2}{3}x^2y\right)^3\right]^2\right\}^2:\left(\frac{2}{3}\right)^{10}$

15. $\left[(-0{,}25ab^2c)^3 + (0{,}5ab^2)^2\left(-\frac{1}{16}ab^2c^3\right) - 0{,}75a^3b^6c^3\right] : \left(-\frac{5}{4}ab^2c\right)^2$

16. $-\{-[-(-x^4)^3]^2\}^3 : \{-[-(-x^2)^2]^3\}^5 - [-x^6y^4 : (-x^3y)\cdot(-xy^2)]^3 : (-y)^{15}$

17. $\left(-\frac{2}{3}a^nb^{n-1}\right)^3 : \left(\frac{4}{9}a^{n-1}b^n\right)^2 : \left(-\frac{9}{8}a^{n+1}b\right) - \left(\frac{1}{2}a^{n-1}b^n\right)^3 : (8a^nb^{n-1})^2 : \left(\frac{3}{32}a^{n-4}b^6\right)$

18. È data una vasca a forma di parallelepipedo le cui dimensioni sono a, b e c, poggiata a terra orizzontalmente lungo la faccia di dimensioni a e b.
Rispondi ai seguenti quesiti:

a. scrivi l'espressione che indica l'area totale della superficie interna della vasca, supponendo che non sia coperta superiormente;
b. calcola l'aumento percentuale che subirebbe tale area se tutte e tre le dimensioni venissero aumentate del 10%;
c. scrivi l'espressione che indica il volume della vasca;
d. calcola l'aumento percentuale di volume corrispondente a un aumento del 10% di tutte e tre le dimensioni;
e. scrivi l'espressione che indica l'area delle pareti asciutte nel caso in cui la vasca venisse riempita d'acqua per $\frac{1}{3}$ del suo volume.

19. Dati i tre monomi $2a^mb^6c^m$, $a^3b^6c^{m+n}$ e $8a^mb^{2n}c^6$, determina m ed n in modo che essi abbiano lo stesso grado rispetto alle lettere a e b e scrivi in seguito i monomi così trovati.
Rispondi poi ai seguenti quesiti:

a. calcola M.C.D. ed m.c.m. dei monomi trovati;
b. dividi ciascun monomio per il M.C.D e in seguito dividi il m.c.m. per ciascun monomio;
c. supponendo che sia il M.C.D. sia il m.c.m rappresentino i volumi di due cubi, scrivi le espressioni delle loro aree totali;
d. scrivi infine l'espressione che rappresenta il rapporto tra gli spigoli di questi due cubi.

5° Prova di verifica: Polinomi

Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:

1. il grado del polinomio $5x^4y^2 - 3x^3y^3 - 2y^5$ è 17 **V F**
2. moltiplicando due polinomi si ottiene un polinomio il cui grado è la somma dei gradi dei polinomi di partenza **V F**
3. il polinomio $5x^4y^2 - 3x^3y^3 - 2y^5$ è ordinato per potenze decrescenti di x e crescenti di y **V F**
4. un polinomio si dice omogeneo quando manca del termine noto **V F**
5. il quadrato di un trinomio contiene 6 termini, eventualmente simili **V F**
6. sommando due polinomi si ottiene un polinomio il cui grado è la somma dei gradi dei polinomi di partenza **V F**

7. Completa la seguente tabella:

Polinomio	Grado	Numero termini	Omogeneo	Completo rispetto a x
$8x^4 - 3x^5 + 6x^3 - 2x^2 + 7x$				
$x^3y^4 - 3x^2 + 6xy^3 - 2x^2y + 7x - 5$				
$ax^6 - 3a^2x^5 + 5a^3x^4 - 2a^4x^3 + a^5x^2 - 3a^6x + a^7$				
$x^n - 3x^{n-1}y + 5x^{n-3}y^3$				
$12x^2m^4 - 3x^5m^2 + 2x^7 - m^7$				

Semplifica le seguenti espressioni, utilizzando le regole note sui prodotti notevoli:

8. $\left[\left(\frac{7}{20}ab - \frac{7}{10}\right)\left(-\frac{2}{7} + \frac{4}{21}ab\right) - \left(\frac{3}{10}ab - \frac{3}{20}\right)\left(\frac{10}{9}ab - \frac{20}{9}\right) + \frac{2}{15}\right] : \left(-\frac{1}{5}ab\right)$
9. $(2a+b)^2(2a-b)^2 + (a^2 - 2b^2)(2b^2 + a^2) + 3(ab - 2a^2)(ab + 2a^2) - 5(a^2 + b^2)(a^2 - 2b^2)$
10. $\left[\left(\frac{1}{9}x^2 + 0{,}1x + m^2\right)^2 - \left(\frac{1}{9}x^2 - 0{,}1x - m^2\right)^2\right]^2 - x^4\left(\frac{2}{45}x + \frac{4}{9}m^2\right)^2$
11. $\left(\frac{1}{2}x + 2y\right)^3\left(\frac{1}{2}x - 2y\right)^3 - \left(\frac{1}{2}x + 2y\right)\left(\frac{1}{2}x - 2y\right)\left(\frac{1}{16}x^4 + x^2y^2 + 16y^4\right) - 3x^2y^2\left(2y - \frac{1}{2}x + 1\right)\left(2y + \frac{1}{2}x - 1\right)$
12. $[(a^x - 1 + a^{x-1})(a^x + 1 - a^{x-1}) + (a^x - a^{x-1})^2 + 1 - 2a^{x-1}] : a^{x-1}$

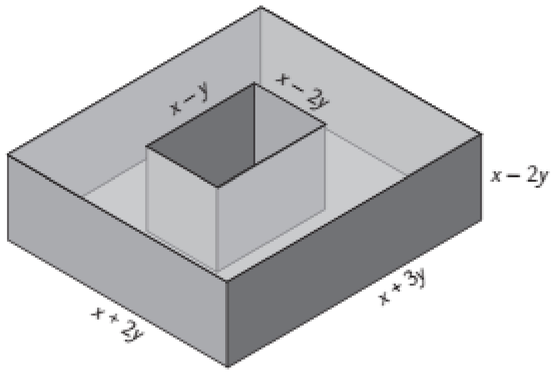
13. Sviluppa le seguenti potenze di binomi:

e. $\left(2x^2 - \frac{1}{2}x\right)^5$
f. $(a^n - 2)^4$

14. Il professore di matematica dice a Laura che, se indichiamo con X la cifra delle decine e con Y quella delle unità di un numero intero di due cifre, possiamo facilmente calcolarne il cubo con l'espressione: $1000X^3 + 300X^2Y + 30XY^2 + Y^3$.

g. Spiega perché è possibile operare come dice il professore e prova a verificare che la formula funziona, prendendo, per esempio, il numero 23.
h. Prova a fornire un'espressione che permetta di calcolare il quadrato di un numero intero a tre cifre.

15. Il solido mostrato in figura è un parallelepipedo "bucato" da un altro parallelepipedo, le cui dimensioni sono quelle indicate.
Mostra che il volume di tale solido è pari a quello di un parallelepipedo avente dimensioni pari a $4y$, $x - 2y$ e $2x + y$.



6° Prova di verifica: Divisibilità tra polinomi

Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:

1. se in un polinomio in x sostituisco 3 al posto della variabile trovo il resto della divisione tra il polinomio e il binomio $x+3$ **V F**
2. in una divisione tra polinomi il grado del quoziente è sempre minore del grado del divisore **V F**
3. in una divisione tra polinomi il grado del quoziente è sempre uguale alla differenza tra il grado del dividendo e quello del divisore **V F**
4. un polinomio del tipo $x^n + y^n$ è sempre divisibile per $x+y$ **V F**
5. il resto della divisione $(3x^3 - 2x^2 + x - 5):(x+2)$ è -39 **V F**
6. 3 e $\frac{1}{3}$ sono zeri del polinomio $3x^3 - 7x^2 - 7x + 3$ **V F**
7. il polinomio $2a^3 - 5a^2 - 4a + 3$ è divisibile sia per $a-3$, sia per $a+1$, sia per $a - \frac{1}{2}$ **V F**
8. il polinomio $x^6 - y^6$ è divisibile sia per $x^3 - y^3$ sia per $x^3 + y^3$ **V F**
9. un polinomio per cui la somma dei coefficienti è nulla ha sicuramente almeno uno zero **V F**
10. se si divide un polinomio di quarto grado per uno di terzo grado, il resto della divisione deve essere per forza un numero **V F**

Calcola i resti delle seguenti divisioni senza eseguirle:

11. $(3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x + 1):(x+2)$

12. $\left(\frac{3}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{5}{3}x^2 - 7x + \frac{1}{2}\right):\left(x - \frac{2}{3}\right)$

13. $(x^4 - ax^3 + a^2x^2 - a^3x + a^4):(x-a)$

Esegui le seguenti divisioni di polinomi, indicando quoziente e resto:

14. $(3x^6 - 5x^4 + x^2 + 1):(x^2 + 1)$

15. $\left(\frac{2}{3}a^3 - \frac{3}{2}a^2 + \frac{13}{12}a\right):\left(\frac{2}{3}a^2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}a\right)$

16. $(2x^4 - x^3y - 3y^4):(x^2 + 2xy + y^2)$, rispetto alla variabile x

Esegui le seguenti divisioni di polinomi utilizzando la regola di Ruffini, indicando quoziente e resto:

17. $(45x - 44 + 12x^4 - 77x^3 + 24x^2) : (x - 6)$

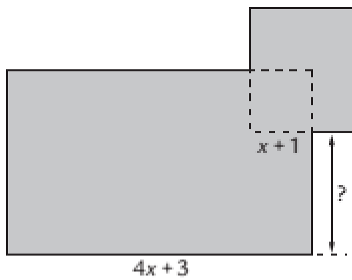
18. $(78a + 8a^4 - 70 - 28a^3) : (-10 + 4a)$

19. $(13x^4 + 20ax^3 + 10a^2x^2 + 14a^3x + 4a^4) : (a + x)$ (considera come variabile x)

20. Dobbiamo eseguire la divisione tra il polinomio $4x^4 - 12ax^3 - 3a^2x^2 + 2a^3x + 2a^4$ e il polinomio $x - a$. Cambiano quoziente e resto a seconda che si scelga come variabile x o a? Spiega le tue ragioni eseguendo i calcoli necessari. Che cosa non cambia sicuramente nella relazione tra i vari polinomi coinvolti?

21. Scrivi un polinomio di quinto grado che sia esattamente divisibile per $x^2 - 3x + 1$. In seguito verifica con il calcolo che il polinomio scelto soddisfa tale condizione.

22. La figura rappresentata è l'unione di un rettangolo e di un quadrato. Il lato del quadrato è il doppio del lato del quadrato tratteggiato e l'area complessiva della figura è $11x^2 + 24x + 12$. Calcola la misura del segmento indicato dal punto interrogativo.



7° Prova di verifica; Scomposizione di polinomi

Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:

1. un polinomio con quattro termini potrebbe essere il cubo di un binomio **V F**
2. $x^2 + 16 = (x-4)(x+4)$ **V F**
3. $x^3 + 8 = (x^2 - 4x + 4)(x+2)$ **V F**
4. un polinomio di quarto grado può sempre essere scomposto in quattro fattori di primo grado **V F**
5. $a^2 - 2ab - 4bc + b^2 + 4c^2 + 4ac = (a - b + 2c)^2 = (b - 2c - a)^2$ **V F**
6. il polinomio $x^5 + 2x^3 + x$ ammette tre zeri **V F**
7. in un polinomio di cinque termini non può essere applicata la tecnica del raccoglimento totale **V F**
8. il polinomio $64x^6 + y^{12}$ non si può scomporre perché è una somma di quadrati **V F**
9. nel polinomio $x^{12} - y^{24}$, per la scomposizione, è più conveniente partire con la differenza di quadrati, anziché con la differenza di cubi **V F**
10. $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3 = (2x - 3y)^3 = (3y - 2x)^3$ **V F**

11. Se un polinomio $A(x)$ è divisibile per un altro polinomio $B(x)$, esiste un terzo polinomio $Q(x)$ tale che $B(x)Q(x) = A(x)$. Utilizzando questa relazione e ricordando i prodotti notevoli, completa la seguente tabella:

$A(x)$	$B(x)$	$Q(x)$
………………….	$x-3$	$x-3$
………………….	$x+4$	$(x+4)^2$
$25a^2 - y^2$	$y + 5a$	………………….
$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$	$(x+y)^2$	………………….
$a^9 - b^9$	$a^3 - b^3$	………………….
$\frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 1$	………………….	$\left(\frac{1}{3}x - 1\right)^2$
$\frac{8}{27}a^6 + \frac{1}{8}b^6$	………………….	$\frac{2}{3}a^2 + \frac{1}{2}b^2$

Scomponi in fattori i seguenti polinomi:

12. $x^{12} - y^6$

13. $6(x^2 + 4x - 5) - 3x^2 + 75$

14. $\frac{4}{9}b^2 - \frac{4}{3}ab^2 + a^2b^2$

15. $-y^3 - \frac{4}{3}x^2y + 2xy^2 + \frac{8}{27}x^3$

16. $\frac{1}{16}+x^2+y^2-2xy+\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y$

17. $x^8-y^8-2x^6y^2+2x^2y^6$

18. $3x^4+15x^3+15x^2-15x-18$

19. $ab^{2n}-ax^{2n+2}$

20. Determina M.C.D. ed m.c.m. dei seguenti gruppi di polinomi:

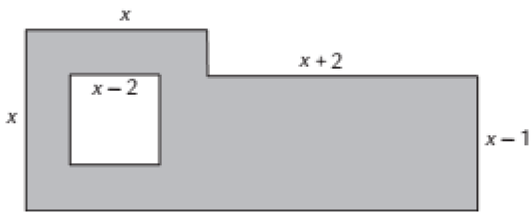
i. $5x^2-5a^2,\ 10x^2+20ax-30a^2,\ 20x^2+20a^2-40ax$

j. $4y^2+4y-24,\ y^3+2y^2-5y-6,\ 4xy^2+4xy-24x$

21. Verifica che il numero 4^6-9^3, quando viene scomposto in fattori primi, non ne contiene alcuno elevato a un esponente maggiore di 1.

22. Marcello afferma che, se si prendono due numeri interi che differiscono di 5 unità, la differenza tra due loro potenze che abbiano lo stesso esponente, non importa quanto grande, sarà comunque divisibile per 5. Ha ragione?

23. In riferimento alla figura Umberto afferma che l'area della regione grigia è uguale a quella di un opportuno rettangolo, le misure dei lati sono espresse da polinomi a coefficienti interni. Che dimensioni avrà questo rettangolo?



8° Prova di verifica: Frazioni algebriche

Individua la risposta esatta, motivando la tua scelta.

1. La frazione $\frac{x-y}{x+y}$:
   - **a.** vale 1 perché possiamo semplificare tra di loro le y e le x, come segue $\frac{x-y}{x+y} = \frac{x}{x} = 1$
   - **b.** non è mai uguale a 1
   - **c.** è uguale a 1 se $y = 0$
   - **d.** è uguale a 1 se $y = 0$ e $x \neq 0$
   - **e.** nessuna delle precedenti è vera

2. La frazione $\frac{a-2}{a+2}$:
   - **a.** può essere anche riscritta come $\frac{a-2}{a} + \frac{a-2}{2}$
   - **b.** può essere anche riscritta come $1 + \frac{2}{a+2}$
   - **c.** può essere anche riscritta come $1 - \frac{2}{a+2}$
   - **d.** può essere anche riscritta come $1 - \frac{4}{a+2}$
   - **e.** può essere anche riscritta come $1 + \frac{4}{a+2}$

3. La frazione $\frac{s^{30}-r^{30}}{s^5+r^5}$:
   - **a.** può essere semplificata per ogni valore di s ed r
   - **b.** può essere semplificata solo se $s \neq \pm r$
   - **c.** può essere semplificata solo se $s \neq -r$
   - **d.** può essere semplificata solo se s ed n sono contemporaneamente diversi da 0
   - **e.** non può mai essere semplificata

Dopo aver determinato le condizioni di esistenza delle seguenti frazioni algebriche, riducile ai minimi termini, se possibile:

4. $\frac{m^4-13m^2+36}{(m^2-5m+6)(m^3-3m^2-4m+12)}$
5. $\frac{a^4-b^4}{a^3-b^3}$
6. $\frac{p^2+pq-6q^2}{p^2-3pq+2q^2}$

Semplifica le seguenti espressioni con le frazioni algebriche:

7. $\frac{2}{a^2-2a-3} + \frac{3}{a^2-3a-4} - \frac{4}{a^2-7a+12} - \frac{a-21}{a^3-6a^2+5a+12}$

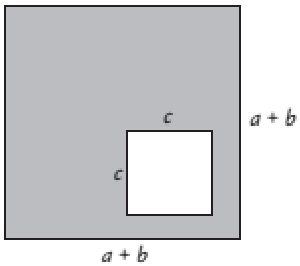
8. $(x^3 - 3x^2 - 4x + 12)^2 : \left[\left(\frac{7}{20x+40} + \frac{27}{5x-15} - \frac{19}{4x-8}\right) : \frac{x^2+3x+9}{x^4-8x^2+16}\right]^2$

9. $\left(\frac{1-x^n}{3x^n-4} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2-x^n}\right) - \left(\frac{1}{4-x^{2n}} - \frac{1}{8+4x^n} - \frac{x^n}{8-2x^{2n}}\right) - \frac{1+x^n}{8+4x^n}$

10. Esegui il seguente calcolo numerico nel modo più veloce possibile:

$$\left(\frac{\dfrac{2^5+3^4}{2^5-3^4}}{\dfrac{2^{10}-3^8}{2^{15}-3^{12}}}:\frac{\dfrac{2^{15}-3^{12}}{2^{10}-3^8}}{\dfrac{3^4-2^5}{2^5+3^4}}\right):\frac{3^4-2^5}{2^5+3^4}$$

11. In riferimento alla figura, esprimi, tramite una frazione algebrica irriducibile, il rapporto tra l'area delle figure colorate e il suo contorno.



12. In Fisica, mettendo a contatto due corpi, dopo un certo tempo essi raggiungono entrambi la stessa temperatura, detta temperatura di equilibrio termico. Essa si può calcolare mediante la formula: $\theta=\frac{m_1c_1t_1+m_2c_2t_2}{m_1c_1+m_2c_2}$, dove m_1 ed m_2 sono le masse dei due corpi, t_1 e t_2 le loro temperature iniziali, c_1 e c_2 due costanti che dipendono dalla sostanza di cui i corpi sono costituiti.

a. Come si può calcolare più semplicemente θ se le masse sono uguali?

b. E se i corpi sono fatti della stessa sostanza?

c. E se sono due corpi esattamente uguali quale sarà la loro temperatura di equilibrio?

9° Prova di verifica: Equazioni di primo grado numeriche intere

Individua la risposta esatta, motivando la tua scelta.

1. L'equazione $2x = 5$ è equivalente a:
   a. $4x^2 = 25$
   b. $4x = 25$
   c. $\frac{2}{5}x = 1$
   d. $x = 3$
   e. $\frac{1}{2}x = \frac{1}{5}$

2. Se in un'equazione moltiplichiamo ambo i membri per zero:
   a. otteniamo un'equazione equivalente a quella data
   b. otteniamo un'equazione indeterminata
   c. otteniamo un'equazione impossibile
   d. otteniamo un'equazione che ha come unica soluzione $x = 0$
   e. otteniamo un'uguaglianza sicuramente falsa

Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:

3. un'equazione di primo grado ha sempre una sola soluzione **V F**

4. $x = x$ ha infinite soluzioni **V F**

5. l'equazione $\frac{2x+1}{3} = 0$ è equivalente all'equazione $\frac{5x+1}{3} = 0$ **V F**

6. l'equazione $\frac{2x+1}{3} = 0$ è equivalente all'equazione $2x + 2 = 3x + \frac{5}{2}$ **V F**

7. sommare una certa quantità al primo membro di un'equazione equivale a sottrarre la stessa quantità al secondo membro **V F**

8. l'equazione $20x = 0$ ha come soluzione $x = \frac{1}{20}$ **V F**

9. 3 è soluzione dell'equazione $x^4 - 81 = 0$ **V F**

10. le equazioni $x^2 = 16$ e $2x = 8$ sono equivalenti poiché hanno entrambe soluzione $x = 4$ **V F**

11. Completa la seguente tabella, supponendo che il dominio di ciascuna equazione sia quello indicato nella seconda colonna, scrivendo, per ciascuna equazione, nella terza colonna se è determinata, indeterminata o impossibile e nella quarta l'insieme delle soluzioni.

EQUAZIONE	DOMINIO	CLASSIFICAZIONE	INSIEME DELLE SOLUZIONI
$x - 1 = x$	**Q**		
$x + 8 = 7$	**N**		

$x+8=7$	**Z**		
$2(x-1)=2x-2$	**Q**		
$x^2+1=(x+1)^2$	**R**		
$2x-5=0$	**Q**		
$2x-5=0$	**Z**		
$3x=21$	**N**		
$x=x+1$	**R**		

Risolvi le seguenti equazioni di primo grado:

12. $\frac{x+3}{5}=\frac{3}{4}x+\frac{1+8x}{-10}+\frac{5x+14}{20}$

13. $\frac{2}{3}\left[\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2\right]+\left(x-\frac{1}{3}\right)^2-x^2=\frac{2-x}{3}$

14. $\left(2x-\frac{x+3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}x=\frac{9}{4}\left(\frac{x-1}{3}+\frac{x+1}{2}\right)^2+\frac{11}{16}x^2$

15. $\frac{8x+9}{10}-\frac{3x-\frac{1}{3}}{3-\frac{1}{2}}=\frac{x-\frac{1}{2}}{2-\frac{1}{3}}+\frac{2}{3}-x$

16. Determina per quali valori del parametro m il polinomio $P(b)=3b^3-20b^2+\frac{25}{2}b+m$ è divisibile per i binomi indicati di seguito:

a. $b-6$ ....

b. $b+2$ ....

c. b ....

d. $b-\frac{1}{2}$ ....

17. Determina per quali valori del parametro a l'equazione

$$a^2+x(3-5a)+3(a-1)=(a-1)(a+1)-2ax$$

ammette come soluzioni i valori indicati di seguito:

a. $x=-1$..

b. $x=0$ ....

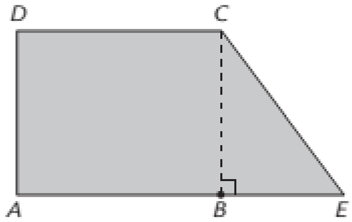
c. $x=-2$..

d. $x=\frac{1}{2}$ ....

18. Tre numeri interi consecutivi sono tali per cui la loro somma è uguale al più grande dei tre numeri, sommato al triplo della somma degli altri due e diminuito di 10. Trova i tre numeri.

19. Due urne contengono complessivamente 54 palline. Se dalla prima ne estraggo 8 e le inserisco nella seconda, questa ne conterrà una quantità doppia della prima: quante palline conteneva inizialmente ciascuna urna? Quante ne contiene alla fine?

20. Il trapezio in figura è formato da un rettangolo in cui il lato maggiore è $\frac{5}{4}$ di quello minore e da un triangolo rettangolo in cui il cateto minore è $\frac{3}{4}$ di quello maggiore. Sapendo che il perimetro del trapezio misura 220 cm, determina la sua area.



10° Prova di verifica: Equazioni di primo grado frazionarie e letterali

Individua la risposta esatta, motivando la tua scelta.

1. L'equazione $ax = 2a(a-1)$ è equivalente all'equazione $(a-1)x = 2a(a-1)$:
   - **a.** $\forall a$
   - **b.** solo per $a \neq 0$
   - **c.** solo per $a \neq 1$
   - **d.** solo per $a \neq 0 \wedge a \neq 1$
   - **e.** per nessun valore di a

2. L'equazione $\frac{x}{x} = \frac{x-1}{x-1}$ ha per soluzioni:
   - **a.** tutti i valori di x
   - **b.** nessun valore di x
   - **c.** tutti i valori di x tranne 0 e 1
   - **d.** tutti i valori di x tranne 0
   - **e.** tutti i valori di x tranne 1

Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:

3. l'equazione nell'incognita x: $\frac{x-2}{3a+1} = \frac{x+5}{a}$ è letterale e frazionaria **V F**

4. l'equazione nell'incognita x: $\frac{1}{a} = \frac{a}{x}$ è letterale e frazionaria **V F**

5. l'equazione nell'incognita x: $(a-b)x = ab$ è indeterminata se $a = b$ **V F**

6. l'equazione nell'incognita x: $\frac{1}{a} = \frac{a}{x}$ è determinata per $a \neq 0$ **V F**

7. l'equazione nell'incognita x: $\frac{x-2}{3a+1} = \frac{x+5}{a}$ ha soluzioni purchè sia $a \neq -\frac{1}{3}$ **V F**

Discuti e risolvi le seguenti equazioni:

8. $\frac{x-3}{x+5} - \frac{2x-3}{2-x} = 3 - \frac{6x-19}{x^2+3x-10}$

9. $\frac{x-1}{x+1} - \frac{x^2-1}{x^2+1} = \frac{2-2x^2}{1+x+x^2+x^3}$

10. $(-m+x)^2 - 2m^2 = (2n+x)^2 - 4n^2$

11. $\frac{7ax-8}{a^2-a-12} = \frac{a-4x}{4a-a^2} + \frac{a+3x}{a^2+3a}$

12. $\frac{1}{2x+b} - \frac{1}{4x^2-b^2} = \frac{3}{2x-b}$

13. Determina per quali valori del parametro a l'equazione $\frac{2a^2}{x^2-a^2}+\frac{x+a+1}{x+a}=\frac{x+a-1}{x-a}$ ha soluzione:

a. $x=1$
b. $x=-1$

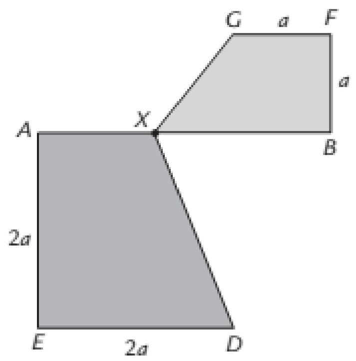
14. Risolvi le seguenti formule rispetto alla variabile indicata a lato:

a. $A=2ab+2bc+2ac$ rispetto alla variabile b
b. $p=p_0+dgh$ rispetto alla variabile d
c. $V=V_0(1+\alpha t)$ rispetto alla variabile t
d. $I=\frac{V}{R+r}$ rispetto alla variabile r

15. In una frazione il numeratore supera il denominatore di un'unità. Se si somma tale frazione a quella che si ottiene sottraendo un'unità a numeratore e denominatore di quella precedente, il risultato è una frazione in cui il numeratore è pari al doppio del prodotto tra numeratore e denominatore della seconda, aumentato di 7, e il denominatore è pari al prodotto dei denominatori delle due precedenti frazioni. Trova le tre frazioni.

16. Nella figura i due quadrilateri $AEDX$ ed $FBXG$ sono due trapezi rettangoli e il punto X varia sul segmento AB, di misura $3a$, mentre tutti gli altri punti sono fissi.

a. Determina la posizione che deve assumere il punto X affinché i due trapezi abbiano la stessa area; che cosa puoi dire del risultato ottenuto?
b. Determina la posizione che deve assumere il punto X affinché l'area del trapezio $AEDX$ superi quella del trapezio $FBXG$ di a^2.
c. Esiste una posizione di X per cui i lati obliqui dei due trapezi sono congruenti? (Prova a uguagliare i quadrati delle loro misure.)



11° Prova di verifica: Disequazioni di secondo grado e di grado superiore

Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta.

1. una disequazione di secondo grado con $\Delta < 0$ non ha soluzioni **V F**
2. la disequazione $-x^4 \geq 0$ ha una sola soluzione **V F**
3. in una disequazione del tipo $ax^2 + bx + c > 0$ con $\Delta > 0$ l'insieme delle soluzioni ha sicuramente infiniti elementi **V F**
4. nella disequazione $\frac{2x-3}{x^4+5} \leq 0$ possiamo trascurare il denominatore **V F**
5. una disequazione di secondo grado con $\Delta = 0$ può avere una sola soluzione **V F**
6. la disequazione $-3x^4 - \frac{2}{3}x^2 - (2x-3)^2 > 0$ non ha soluzioni **V F**
7. il sistema $\begin{cases} x^3 \geq 0 \\ x^4 \geq 0 \\ x^2 < 0 \end{cases}$ ha una sola soluzione **V F**
8. se $y = f(x)$ è una funzione polinomiale di grado dispari, la disequazione $f(x) < 0$, ha sicuramente soluzioni **V F**
9. la disequazione $\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3 > 0$ è equivalente alla disequazione $\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5 > 0$ **V F**
10. la disequazione $10x^2 - a \leq 0$ ha soluzioni solo se $a \leq 0$ **V F**

Risolvi le disequazioni date, deducendo le soluzioni dai rispettivi grafici.

11.

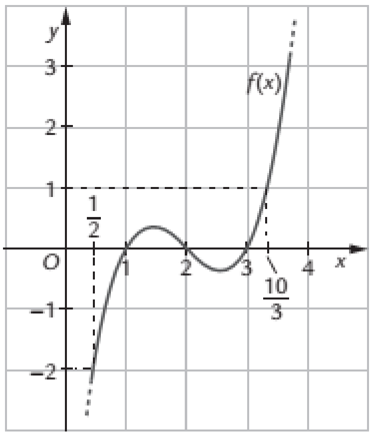
a. $f(x) \geq 0$ ....

b. $f(x) \leq -2$ ....

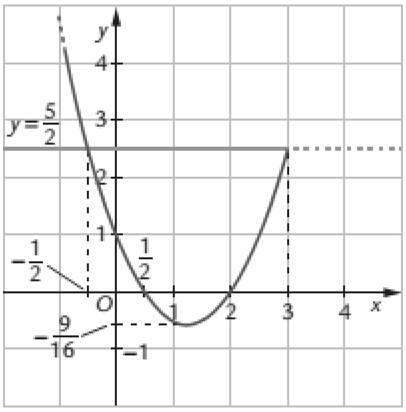
c. $f(x) < 1$ ....

d. $f(x) \geq -2$ ....

e. $-2 < f(x) \leq 0$ ....



12.



a. $f(x) > 0$ ……………………..

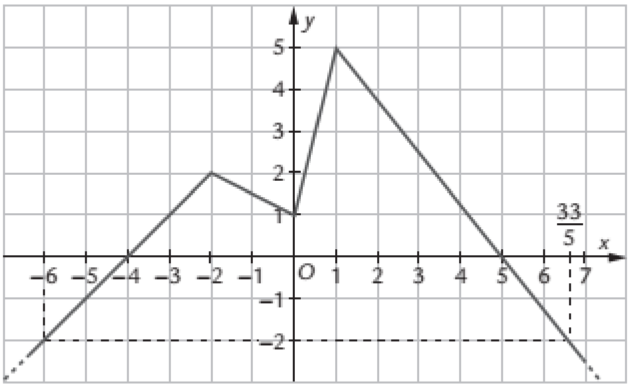
b. $f(x) > \frac{5}{2}$ ……………………..

c. $f(x) \leq \frac{5}{2}$ ……………………..

d. $f(x) < -\frac{9}{16}$ ……………………..

e. $f(x) < 0$ ……………………..

13.



a. $f(x) \geq 0$ ……………………..

b. $-2 \leq f(x) < 0$ ……………………..

c. $f(x) \geq 5$ ……………………..

d. $f(x) < -2$ ……………………..

e. $f(x) \geq 6$ ……………………..

Risolvi le seguenti disequazioni e scrivi l'insieme delle soluzioni.

14. $\frac{5-(3-x)^2}{4} + \frac{(2x-1)(x-3)}{2} - \frac{1}{6} \leq \frac{(2x-1)(x-2)}{3} + \frac{(2-x)(x+3)}{6}$

15. $(x^4 - 2x^2 + 1)(x^4 - x^3)(27x^3 + 8)(25 - x^2) < 0$

16. $\frac{-2-3x+5x^2}{3x^2+5x-2} < 0$

17. $\frac{15x^2}{6x^2+24x+24} - \frac{1}{3} \geq \frac{x}{3x+6} - \frac{x}{6x+12}$

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni e scrivi l'insieme delle soluzioni.

18. $\begin{cases} \frac{2x+1}{x^2-4x+4} \geq 0 \\ 2x^2 - x + 3 > 0 \end{cases}$

19. $\begin{cases} 2x^2 + 3x - 27 > 0 \\ x\frac{x-5}{5} < 5x + \frac{64}{5} \\ (x-4)(2x+5) > 0 \end{cases}$

20. Determina il dominio della seguente funzione: $y = f(x) = \sqrt{x-3} - \sqrt{x^2-16} + \sqrt{x}$.

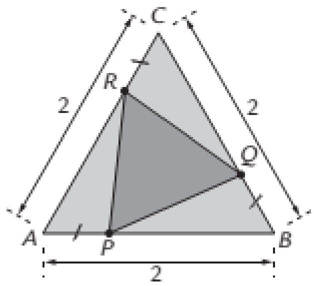
21. Data l'equazione $(a-1)x^2 - 4ax + a - 3 = 0$, determina per quali valori del parametro a essa ammette:

a. soluzioni reali e distinte.
b. soluzioni reali e distinte con somma minore del prodotto.

22. Per il collegamento a Internet, Paolo riceve da un provider due offerte possibili:
a. una tariffa fissa mensile di 40 euro;
b. una tariffa mensile, riservata a chi naviga poco, variabile come segue: numero di ore di navigazione moltiplicato per un coefficiente in euro pari allo stesso numero precedente diviso per 10.

Fino a quante ore di navigazione mensile è conveniente la seconda opzione?

23. In figura il triangolo ABC è equilatero, con lato pari a 2, e si ha $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR}$. Come si possono scegliere i tre punti P, Q ed R affinché l'area del triangolo piccolo non superi la metà di quella del triangolo grande?



12° Prova di verifica: Congruenza nei triangoli

Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:

1. se due triangoli hanno ordinatamente congruenti due lati, allora hanno anche congruente l'angolo fra essi compreso **V F**
2. in un triangolo un angolo esterno è sempre maggiore di ciascun angolo interno **V F**
3. in un triangolo isoscele la base è sempre il più piccolo dei tre lati **V F**
4. con tre bastoncini lunghi rispettivamente 30, 50 e 60 cm posso costruire un triangolo **V F**
5. se un triangolo isoscele ha un angolo di 120° deve essere per forza l'angolo al vertice **V F**
6. un triangolo ottusangolo ha tre angoli ottusi **V F**
7. un triangolo che abbia un angolo esterno di 120° può avere un angolo interno di 120° **V F**
8. se due triangoli hanno gli angoli ordinatamente congruenti sono certamente congruenti **V F**
9. in un triangolo isoscele la mediana relativa alla base lo divide in due triangoli congruenti **V F**
10. un triangolo rettangolo non può essere isoscele **V F**

Individua la risposta esatta, motivando la tua scelta.

11. Il primo teorema dell'angolo esterno:
    - **a.** garantisce che un triangolo non può avere tre angoli congruenti
    - **b.** garantisce che un triangolo non può essere isoscele su due diverse basi
    - **c.** garantisce che un triangolo isoscele non può essere equilatero
    - **d.** garantisce che un triangolo isoscele deve avere gli angoli alla base acuti
    - **e.** garantisce che l'angolo al vertice di un triangolo isoscele non può essere ottuso

12. Se un triangolo ha un angolo di 36° e un altro di 130° allora:
    - **a.** potrebbe essere acutangolo
    - **b.** potrebbe essere rettangolo
    - **c.** ha sicuramente un angolo esterno di 144°
    - **d.** non può esistere
    - **e.** nessuna delle precedenti affermazioni è vera

13. Se un triangolo ha un lato di 35 cm e un altro di 70 cm allora:
    - **a.** il terzo lato deve essere minore di 35 cm
    - **b.** il terzo lato è sicuramente maggiore di 105 cm
    - **c.** deve avere un angolo doppio di un altro
    - **d.** il terzo lato deve essere maggiore di 35 cm

e. non può esistere

14. Quale delle seguenti affermazioni è vera?
- **a.** se un triangolo è isoscele non può essere equilatero
- **b.** se un triangolo è isoscele non può essere scaleno
- **c.** se un triangolo è equilatero non può essere isoscele
- **d.** se un triangolo è isoscele non può essere equiangolo
- **e.** se un triangolo è equiangolo i suoi angoli esterni potrebbero essere diversi tra loro

15. Quale delle seguenti affermazioni è vera?
- **a.** raddoppiando le misure dei lati di un triangolo isoscele si ottiene ancora un triangolo isoscele
- **b.** raddoppiando le misure dei lati di un triangolo isoscele si ottiene ancora un triangolo ma non è detto che sia isoscele
- **c.** raddoppiando le misure dei lati di un triangolo isoscele si ottiene un triangolo sicuramente scaleno
- **d.** raddoppiando le misure dei lati di un triangolo isoscele non si può ottenere ancora un triangolo
- **e.** raddoppiando le misure dei lati di un triangolo isoscele si ottiene un triangolo equilatero

16. Con riferimento alla **figura 1**, sapendo che il triangolo ABC è isoscele sulla base AB riconosci:
- tutte le coppie di triangoli congruenti
- tutti i triangoli rettangoli
- tutti i triangoli ottusangoli
- tutti i triangoli isosceli

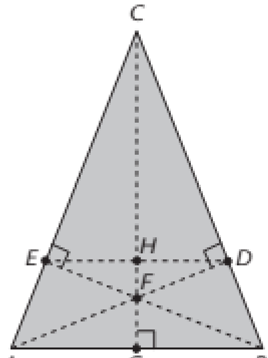


Figura 1

17. Con riferimento alla **figura 2**, in cui $AD \cap CE = \{B\}$, rispondi ai seguenti quesiti:
- **a.** possiamo affermare che i triangoli ABC e BD E sono congruenti?
- **b.** e i triangoli ABE e BCD?
- **c.** qual è il lato maggiore del triangolo ABC?
- **d.** qual è il lato minore del triangolo BED?
- **e.** se possibile, stabilisci il valore degli angoli mancanti

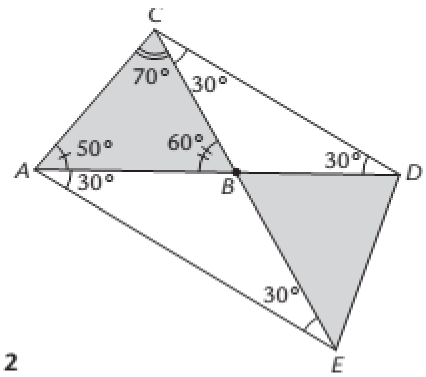


Figura 2

18. Sull'atlante stradale di Paolo si legge che la distanza Torino-Milano in linea d'aria è di 143 km, la distanza Torino-Bologna è di 372 km e la distanza Milano-Bologna di 216 km. Paolo si rende conto che un dato deve essere sbagliato? Ha ragione? Perché?

19. Riferendoti alla **figura 3** dove $OP \cong OQ$, $PR \cong QS$ e $\{M\} = PS \cap RQ$, dimostra che
- **a.** $PS \cong QR$;
- **b.** la semiretta OM è bisettrice dell'angolo $R\hat{O}S$.

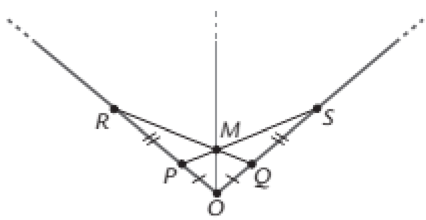


Figura 3

20. Considera un triangolo isoscele, le bisettrici dei suoi angoli alla base e il loro punto di intersezione O. Dimostra che congiungendo O con i vertici del triangolo, esso risulta suddiviso in tre triangoli, di cui uno è isoscele e gli altri due sono congruenti tra loro.

21. Maria si trova in un punto interno a un terreno triangolare, mentre Giovanni è su un vertice del triangolo. Decidono di fare una gara di corsa: vince Maria se riesce a raggiungere i tre vertici del triangolo e tornare di volta in volta nel punto in cui si trova ora prima che Giovanni percorra il contorno del terreno e ritorni nel vertice in cui si trova ora. Giovanni è sicuro di vincere perché sa che corre più velocemente di Maria. Ha ragione?

13° Prova di verifica: Rette perpendicolari e parallele

Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:

1. la relazione di perpendicolarità tra rette del piano è una relazione di equivalenza **V F**
2. se una retta è perpendicolare a un'altra allora interseca tutte le sue parallele **V F**
3. se due rette tagliate da una trasversale formano una coppia di angoli coniugati esterni congruenti allora sono parallele **V F**
4. se due rette parallele hanno un punto in comune allora coincidono **V F**
5. se un triangolo isoscele ha un angolo di 120° avrà pure un angolo esterno di 120° **V F**
6. se un triangolo isoscele è rettangolo avrà un angolo esterno di 135° **V F**
7. se un poligono ha tutti gli angoli congruenti e ha 7 lati, ciascun suo angolo esterno misura $\frac{2}{7}\pi$ **V F**
8. per un decagono convesso la somma degli angoli interni misura 1800° **V F**
9. se due triangoli hanno due angoli ordinatamente congruenti allora sono congruenti **V F**
10. due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno ordinatamente congruenti l'ipotenusa e un cateto **V F**

Individua la risposta esatta, motivando la tua scelta.

11. La distanza di un punto da una retta:
- **a.** è un segmento che unisce il punto alla retta
- **b.** è il più lungo dei segmenti che uniscono quel punto ai punti della retta
- **c.** è un segmento parallelo alla retta
- **d.** è nulla se il punto appartiene alla retta
- **e.** esiste ma non è unica

12. Se un triangolo ha un angolo di 25° e un angolo esterno a esso non adiacente di 100° allora:
- **a.** potrebbe essere isoscele
- **b.** è rettangolo e isoscele
- **c.** è rettangolo e scaleno
- **d.** non può esistere
- **e.** nessuna delle precedenti affermazioni è vera

13. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
- **a.** Affinché due triangoli rettangoli siano congruenti è sufficiente che abbiano i tre lati congruenti
- **b.** Affinché due triangoli rettangoli siano congruenti è sufficiente che abbiano i due angoli acuti congruenti
- **c.** Affinché due triangoli rettangoli siano congruenti è sufficiente che abbiano i cateti congruenti
- **d.** Affinché due triangoli rettangoli siano congruenti è sufficiente che abbiano un cateto e l'ipotenusa congruenti
- **e.** Affinché due triangoli rettangoli siano congruenti è sufficiente che abbiano un cateto e un angolo acuto congruenti

14. Un poligono con n lati tutti congruenti e con gli angoli congruenti:
- **a.** ha gli angoli interni di ampiezza $(n-2)\pi$
- **b.** ha gli angoli interni di ampiezza $(n-2)180^o$
- **c.** ha gli angoli esterni di ampiezza 2π
- **d.** ha gli angoli esterni di ampiezza $\frac{2\pi}{n}$
- **e.** ha gli angoli interni di ampiezza $\frac{2\pi}{n}$

15. Quale delle seguenti affermazioni è vera?
- **a.** Se due rette intersecano una terza allora si intersecano tra loro
- **b.** Se due rette intersecano una terza allora non possono essere perpendicolari
- **c.** Se due rette intersecano una terza allora sono sicuramente perpendicolari
- **d.** Se due rette intersecano una terza non possono essere parallele
- **e.** Se due rette intersecano una terza possono essere parallele

16. Con riferimento alla **figura 1**, sapendo che le rette AB ed FL sono parallele individua:
- tutte le coppie di angoli congruenti
- tutte le coppie di angoli supplementari

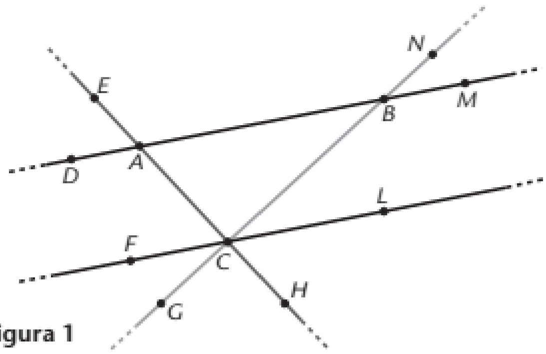


Figura 1

17. Con riferimento alla **figura 2**, rispondi ai seguenti quesiti:
- **a.** considerato che l'esagono $ABCDEF$ è regolare, determina le ampiezze degli angoli che le sue diagonali formano con i lati e fra loro;
- **b.** calcola la somma degli angoli interni della «stella» esagonale;
- **c.** essendo quest'ultima un dodecagono, è possibile applicarle il teorema sulla somma degli angoli interni di un poligono convesso?

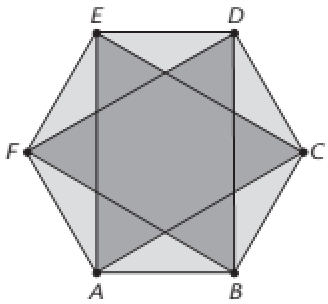


Figura 2

18. Osservando la **figura 3**, dove il triangolo ABC è isoscele sulla base AB, dimostra che anche il triangolo ECF è isoscele. Che cosa accade se il punto D coincide con il punto medio di AB?

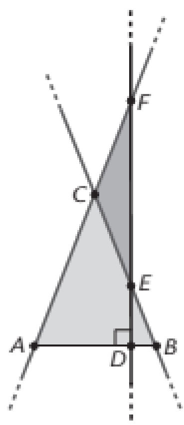


Figura 3

19. Sono date due rette parallele r ed s, un punto $A \in r$ e un punto $B \in s$. Considera i segmenti $AP \cong BQ$, dove $P \in r$ e $Q \in s$. A seconda di come sono orientati l'uno rispetto all'altro i due segmenti precedenti, i segmenti AB e PQ possono essere paralleli o dividersi scambievolmente a metà. Dimostra quanto detto.

20. Mario afferma che in un pentagono regolare è sempre possibile individuare una diagonale in modo che sia parallela a un lato. Luigi afferma che in un esagono regolare è invece sempre possibile individuare due diagonali parallele fra loro. Chi ha ragione? Dimostra la tua affermazione.

14° Prova di verifica: Quadrilateri

Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:

1. se un quadrilatero ha due angoli consecutivi supplementari è sicuramente un trapezio **V F**
2. un parallelogramma è un trapezio **V F**
3. un rombo è un rettangolo **V F**
4. se un quadrilatero ha due lati opposti congruenti e paralleli è un parallelogramma **V F**
5. se un rombo ha un angolo di 40° allora un suo angolo esterno può essere di 40° **V F**
6. se un quadrilatero ha le diagonali perpendicolari allora è un rombo **V F**
7. in un rettangolo gli angoli esterni sono tutti congruenti anche se non si tratta di un poligono regolare **V F**
8. dato un fascio di rette parallele tagliate da due trasversali, se su una di tali trasversali individua sulle rette del fascio due segmenti che misurano 3 cm, anche i loro corrispondenti sull'altra misurano 3 cm **V F**
9. tracciando una parallela a un lato di un triangolo che passa per il punto medio di un altro lato, questa divide a metà anche il terzo lato **V F**
10. l'altezza di un parallelogramma è la distanza tra due suoi lati opposti **V F**
11. Con riferimento alla **figura 1**, sapendo che *ABEM* e *ABCD* sono parallelogrammi, ricava le misure di tutti gli angoli indicati.

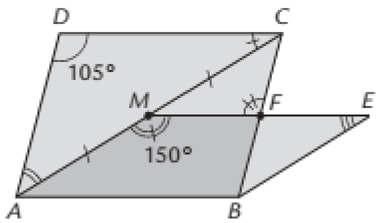


Figura 1

12. Con riferimento alla **figura 2**, sapendo che *ABCD* è un trapezio isoscele e che sono state tracciate le bisettrici degli angoli interni del trapezio, determina le ampiezze di tutti gli angoli del quadrilatero *EFGH*.

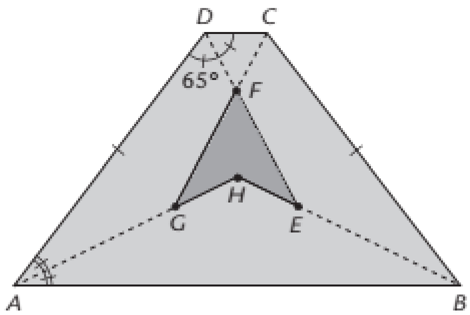
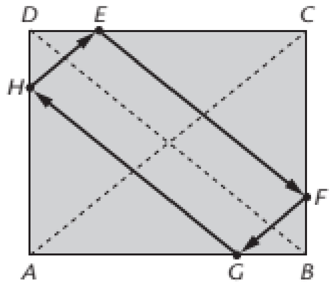


Figura 2

13. Dimostra che il quadrilatero che si ottiene congiungendo i punti medi dei lati di un trapezio isoscele è un rombo.

14. È noto che un raggio luminoso quando incide sulla superficie di uno specchio piano viene riflesso con un angolo che è uguale a quello di incidenza. In base a questo determina se è possibile che un



raggio luminoso che parta dal punto E della **figura 3** e venga indirizzato parallelamente a una diagonale del rettangolo $ABCD$, che ha i lati riflettenti, torni davvero nel punto E.

Figura 3

15. Dimostra che le rette su cui giacciono le bisettrici degli angoli di un parallelogramma si incontrano determinando un rettangolo, a meno che il parallelogramma non sia un rombo. In tal caso cosa si verifica?

16. Sapendo che in **figura 4** il quadrilatero $ABCD$ è un quadrato e che i due triangoli sono equilateri, possiamo stabilire se i tre punti A, P e Q sono allineati?

Figura 4